統合コード研究会
九大応力研, 2004/3/19

TASKコードの3次元平衡への拡張に関して

N. Nakajima
NIFS

概要

- 背景と目的
- 協力者と準備
- 緊急の課題
- 作業の分担
- 3次元化における注意事項
- TASKに関する質問（流れ、径電場の時間発展）
- TASKの更なる拡張に関して

背景と目的

背景

- TASKの個々のモジュールが強力なパフォーマンスを持つ
  - 固有モード解析(TAE,HAE,EPM)
  - 波動伝搬解析(ECH,ICRF)
  - 輸送、等々
- 主たる対象：2次元磁場配位

目的

- 3次元磁場配位(LHD)への拡張
- predictiveだけでなく実験データ解析（拡散係数等の評価）への適用
- 開発者とユーザーを増やし、核融合コミュニティーにアッピールする
- 3次元平衡（輸送）解析の基本コードとする

協力者と準備

協力者

- NIFS
  山田弘司、渡邉清正、横山雅之、榊原悟、舟場久芳
- 京大
  福山　淳、中村祐司、村上定義、鈴木康浩

準備

- H16年度LHD実験共同研究への申請
  代表者：中村祐司
- H17年度のLHD計画共同研究への格上げを目指す
  コード開発（整備）のための予算獲得
- H15年度の3次元MHD平衡ソルバーの整備
  収束性の改善されたvmec2000の導入（コード発注）：担当　横山雅之
  HINTのモジュール化と並列化（コード発注）：担当　鈴木康弘

緊急の課題

- **3次元MHD平衡ソルバーとのリンク**
  逆解法と緩和法
  - vmec2000（磁気座標を構築する逆解法）
  - HINT（幾何座標（回転ヘリカル座標）を用いる緩和法）
- **座標変換（インターフェース）**
  磁気座標への変換
  - vmec磁気座標 ⇒ ブーザー磁気座標
  - HINT回転ヘリカル座標 ⇒ vmec磁気座標 ⇒ ブーザー磁気座標

  幾何座標への変換
  - vmec磁気座標 ⇒ 円筒座標
  - ブーザー座標 ⇒ 円筒座標
- **来年度中にデモンストレーションを行う**
  TASKの個々のモジュールのパフォーマンスをアピールする
  - ICRF (例　IAEA：村上)、TAE,EPM (例　IAEA：藤堂)
  - 径電場の時間発展（例　横山）

作業の分担

TASKの全体構成に影響を与えない範囲での作業

- **3次元MHD平衡（vmec2000,HINT）とのリンク**
  中島徳嘉
- **ブーザー磁気座標とのインターフェース**
  中島徳嘉
  - 座標の数学的変換
    LHS ⇔ RHS
  - 平衡配位の性質の変換
    $\psi < 0 \quad \Leftrightarrow \quad \psi > 0, \quad \iota < 0 \quad \Leftrightarrow \quad \iota > 0$ 等々
- **3次元線形理想MHD安定性解析（cas3d3）とのリンク**
  中島徳嘉
- **大域的モンテカルロ新古典解析（gnet）とのリンク**
  村上定義

3次元化における注意事項

輸送解析、言語の選定も念頭に置きながら、TASKの3次元化を考える必要がある

- **最初にf77からf90への変更を行うべきか？**
  - ダイナミックアロケーションが使える
  - 異なるマシン間で、精度保証ができる
  - 複数の開発者による開発が容易
- **コアモジュール(TR)は、現在のままでよいか？**
  - predictiveと実験解析とで、全く別モジュールにする必要があるか？
  - 両者を別モジュールにしない場合には、$\boldsymbol{v}, n_a, T_a$等を、各々、個別に解く必要がないか？
- **ヘリカル系の新古典輸送係数は？**
  GSRAKE ($1/\nu$からプラトー衝突領域)：使用可能
- **径電場の時間発展**
- **多階層モデルへの拡張との整合性はどの様に捉えるか？**

TASKに関する質問

- 時空間のスケール分離が理論モデルの基本
  - 流れ（運動量）時間発展の理論モデルの定式化
  - 径電場時間発展の理論モデルの定式化
  - 各モジュールの基本的オーダリング
- 並列化の程度

3次元系と2次元系での相違点があるか？
流れ及び径電場の時間発展方程式の導出を例として、3次元系での取り扱いを見てみる

径電場の時間発展-1

主な仮定

1. **多重時間スケールとトランスポートオーダリング**

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \tau_0} + \frac{\partial}{\partial \tau_1} + \frac{\partial}{\partial \tau_2} \cdots$$

$$\tau_n = \mathcal{O}(\tau_0 \varepsilon^{-n}), \quad \varepsilon \equiv \frac{\rho}{L} = \frac{\omega}{\Omega}, \frac{\nu}{\Omega} \ll 1$$

(a) 電場の時間発展

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \frac{\partial \Phi}{\partial \tau_0}$$

(b) トランスポートオーダリング (n_a, T_a)

$$\frac{\partial n_a}{\partial t} = \frac{\partial n_a}{\partial \tau_2} \sim \varepsilon^2 \frac{\partial n_a}{\partial \tau_0}$$

2. **ドリフトオーダリング**

$$\frac{e\Phi}{T} = \mathcal{O}(1)$$

径電場の時間発展-2

諸量の展開

$$
\begin{array}{lclclcl}
n_a & = & n_{a0}(\psi) & + & n_{a1}(\psi,\theta,\zeta) & + & \cdots \\
T_a & = & T_{a0}(\psi) & + & T_{a1}(\psi,\theta,\zeta) & + & \cdots \\
P_a & = & P_{a0}(\psi) & + & P_{a1}(\psi,\theta,\zeta) & + & \cdots \\
\Phi & = & \Phi_0(\psi) & + & \Phi_1(\psi,\theta,\zeta) & + & \cdots \\
\boldsymbol{u}_a & = & & + & \boldsymbol{u}_{a1}(\psi,\theta,\zeta) & + & \boldsymbol{u}_{a2}(\psi,\theta,\zeta)
\end{array}
$$

連続の式の展開

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial n_a}{\partial t} + \nabla\cdot(n_a \boldsymbol{u}_a) &= \nabla\cdot(D\nabla n_a) && + \ \nabla\cdot(n_a\boldsymbol{u}_a) \\
&= \frac{n_a}{L_a^2}\rho_a^2\nu_a && + \ \frac{n_a\boldsymbol{u}_a}{L_a} \\
&= \Omega_a(\varepsilon_a^3+\varepsilon_a^2)n_{a0}(1+\varepsilon_a)
\end{aligned}
$$

連続の式の最低次 （$\nu_a\varepsilon_a$オーダー）

$$
\nabla\cdot(n_{a0}\boldsymbol{u}_{a1}) = 0
$$

径電場の時間発展-3

運動方程式の展開

$$m_a n_a \left[\frac{\partial \boldsymbol{u}_a}{\partial t} + \boldsymbol{u}_a \cdot \nabla \boldsymbol{u}_a \right] = e_a n_a \left[\boldsymbol{E} + \boldsymbol{E}^{(A)} + \boldsymbol{u}_a \times \boldsymbol{B} \right] - \nabla P_a - \nabla \cdot \overset{\leftrightarrow}{\Pi}_a + \boldsymbol{F}_a + \boldsymbol{S}_a$$

運動方程式の最低次　$\left(\frac{P_a}{L_a}\right.$オーダー$\left.\right)$

$$0 = e_a n_{a0} \left[\boldsymbol{E}_0 + \boldsymbol{u}_{a1} \times \boldsymbol{B} \right] - \nabla P_{a0}$$

$$\boldsymbol{u}_{a1\perp} = \frac{\boldsymbol{E}_0 \times \boldsymbol{B}}{B^2} + \frac{1}{e_a n_{a0}} \frac{\boldsymbol{B} \times \nabla P_{a0}}{B^2} = A_{a1}(\psi) \frac{\boldsymbol{B} \times \nabla \psi}{B^2}$$

$$A_{a1} \equiv \frac{d\Phi_0}{d\psi} + \frac{1}{e_a n_{a0}} \frac{dP_{a0}}{d\psi}$$

最低次の流れ

$$\boldsymbol{u}_{a1} = u_{a1||} \hat{n} + \boldsymbol{u}_{a1\perp}, \quad \nabla \cdot \boldsymbol{u}_{a1} = 0, \quad \boldsymbol{u}_{a1} \cdot \nabla \psi = 0$$

$$B u_{a1||} = -A_{a1}(\psi) \left[g_2 - \frac{B^2}{\langle B^2 \rangle} \langle g_2 \rangle \right] + \frac{B^2}{\langle B^2 \rangle} \left\langle B u_{a1||} \right\rangle$$

$$\boldsymbol{B} \cdot \nabla \left(\frac{g_2}{B^2} \right) = \boldsymbol{B} \times \nabla \psi \cdot \nabla \left(\frac{1}{B^2} \right), \quad g_2(B = B_{max}) = 0$$

径電場の時間発展-4

運動方程式の次のオーダー （$\varepsilon_a \dfrac{P_a}{L_a}$オーダー）

$$
\begin{aligned}
m_a n_{a0} \frac{\partial \boldsymbol{u}_{a1}}{\partial \tau_0} &= e_a n_{a1} \left[\boldsymbol{E}_0 + \boldsymbol{u}_{a1} \times \boldsymbol{B} \right] + e_a n_{a0} \left[\boldsymbol{E}_1 + \boldsymbol{E}_1^{(A)} + \boldsymbol{u}_{a2} \times \boldsymbol{B} \right] \\
&- \nabla P_{a1} - \nabla \cdot \overset{\leftrightarrow}{\Pi}_{a1} + \boldsymbol{F}_{a1} + \boldsymbol{S}_{a1} \\
&= \frac{n_{a1}}{n_{a0}} \nabla P_{a0} + e_a n_{a0} \left[\boldsymbol{E}_1 + \boldsymbol{E}_1^{(A)} + \boldsymbol{u}_{a2} \times \boldsymbol{B} \right] - \nabla P_{a1} - \nabla \cdot \overset{\leftrightarrow}{\Pi}_{a1} + \boldsymbol{F}_{a1} + \boldsymbol{S}_{a1}
\end{aligned}
$$

ブーザー磁気座標

$$
\boldsymbol{B} = \nabla \psi \times \nabla \theta + \iota \nabla \zeta \times \nabla \psi = \boldsymbol{B}_T + \boldsymbol{B}_P
$$

$$
\boldsymbol{B}_T = \nabla \psi \times \nabla \theta, \quad \boldsymbol{B}_P = \iota \nabla \zeta \times \nabla \psi
$$

径電場の時間発展-5

運動方程式の次のオーダー $\cdot \boldsymbol{B}_T$

$$
\begin{aligned}
m_a n_{a0} \frac{\partial \boldsymbol{B}_T \cdot \boldsymbol{u}_{a1}}{\partial \tau_0} &= \boldsymbol{B}_T \cdot \left\{ \frac{n_{a1}}{n_{a0}} \nabla P_{a0} + e_a n_{a0} \left[\boldsymbol{E}_1 + \boldsymbol{E}_1^{(A)} + \boldsymbol{u}_{a2} \times \boldsymbol{B} \right] \right. \\
&- \left. \nabla P_{a1} - \nabla \cdot \overleftrightarrow{\Pi}_{a1} + \boldsymbol{F}_{a1} + \boldsymbol{S}_{a1} \right\} \\
&= e_a n_{a0} \frac{\boldsymbol{t}}{\sqrt{g}} \boldsymbol{u}_{a2} \cdot \nabla \psi + \boldsymbol{B}_T \cdot \left\{ e_a n_{a0} \left[-\nabla \Phi_1 + \boldsymbol{E}_1^{(A)} \right] \right. \\
&- \left. \nabla P_{a1} - \nabla \cdot \overleftrightarrow{\Pi}_{a1} + \boldsymbol{F}_{a1} + \boldsymbol{S}_{a1} \right\}
\end{aligned}
$$

運動方程式の次のオーダー $\cdot \boldsymbol{B}_T$ の磁気面平均

$$
\begin{aligned}
e_a n_{a0} \left\langle \boldsymbol{u}_{a2} \cdot \nabla \psi \right\rangle &= m_a n_{a0} \left\langle \frac{\sqrt{g}}{\boldsymbol{t}} \frac{\partial \boldsymbol{B}_T \cdot \boldsymbol{u}_{a1}}{\partial \tau_0} \right\rangle - e_a n_{a0} \left\langle \frac{\sqrt{g}}{\boldsymbol{t}} \boldsymbol{B}_T \cdot \boldsymbol{E}_1^{(A)} \right\rangle \\
&+ \left\langle \frac{\sqrt{g}}{\boldsymbol{t}} \boldsymbol{B}_T \cdot \nabla \cdot \overleftrightarrow{\Pi}_{a1} \right\rangle - \left\langle \frac{\sqrt{g}}{\boldsymbol{t}} \boldsymbol{B}_T \cdot \boldsymbol{F}_{a1} \right\rangle - \left\langle \frac{\sqrt{g}}{\boldsymbol{t}} \boldsymbol{B}_T \cdot \boldsymbol{S}_{a1} \right\rangle
\end{aligned}
$$

径電場の時間発展-6

径方向電流

$$\langle \boldsymbol{J}_2 \cdot \nabla\psi \rangle = \underbrace{\sum_a m_a n_{a0} \left\langle \frac{\sqrt{g}}{\boldsymbol{t}} \frac{\partial \boldsymbol{B}_T \cdot \boldsymbol{u}_{a1}}{\partial \tau_0} \right\rangle}_{\textsf{polarization flux}} - \sum_a e_a n_{a0} \left\langle \frac{\sqrt{g}}{\boldsymbol{t}} \boldsymbol{B}_T \cdot \boldsymbol{E}_1^{(A)} \right\rangle$$

$$+ \underbrace{\sum_a \left\langle \frac{\sqrt{g}}{\boldsymbol{t}} \boldsymbol{B}_T \cdot \nabla \cdot \overset{\leftrightarrow}{\Pi}_{a1} \right\rangle}_{\textsf{toroidal viscosity}} - \sum_a \left\langle \frac{\sqrt{g}}{\boldsymbol{t}} \boldsymbol{B}_T \cdot \boldsymbol{F}_{a1} \right\rangle - \sum_a \left\langle \frac{\sqrt{g}}{\boldsymbol{t}} \boldsymbol{B}_T \cdot \boldsymbol{S}_{a1} \right\rangle$$

径方向電流(simple plasma)

$$\langle \boldsymbol{J}_2 \cdot \nabla\psi \rangle = \underbrace{\sum_a m_a n_{a0} \left\langle \frac{\sqrt{g}}{\boldsymbol{t}} \frac{\partial \boldsymbol{B}_T \cdot \boldsymbol{u}_{a1}}{\partial \tau_0} \right\rangle}_{\textsf{polarization flux}} + \underbrace{\sum_a \left\langle \frac{\sqrt{g}}{\boldsymbol{t}} \boldsymbol{B}_T \cdot \nabla \cdot \overset{\leftrightarrow}{\Pi}_{a1} \right\rangle}_{\textsf{toroidal viscosity}}$$

径電場の時間発展-7

分極電流の評価-1

径電場の時間依存性によるトロイダル流の時間変化

$$\frac{\sqrt{g}}{\text{ŧ}}\boldsymbol{B}_T \cdot \boldsymbol{u}_{a1} = \frac{J}{\text{ŧ}}\frac{u_{a1||}}{B} - \frac{|\nabla\psi|^2}{B^2}A_{a1}(\psi)$$

$$\left\langle \frac{\sqrt{g}}{\text{ŧ}}\frac{\partial \boldsymbol{B}_T \cdot \boldsymbol{u}_{a1}}{\partial \tau_0} \right\rangle = \frac{J}{\text{ŧ}}\frac{\partial}{\partial \tau_0}\left\langle \frac{u_{a1||}}{B} \right\rangle - \left\langle \frac{|\nabla\psi|^2}{B^2} \right\rangle \frac{\partial}{\partial \tau_0}\frac{d\Phi_0}{d\psi}$$

$$\frac{u_{a1||}}{B} = -A_{a1}(\psi)\left[\frac{g_2}{B^2} - \frac{\langle g_2 \rangle}{\langle B^2 \rangle}\right] + \frac{\langle B u_{a1||} \rangle}{\langle B^2 \rangle}$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau_0}\left\langle \frac{u_{a1||}}{B} \right\rangle = -\left[\left\langle \frac{g_2}{B^2} \right\rangle - \frac{\langle g_2 \rangle}{\langle B^2 \rangle}\right]\frac{\partial}{\partial \tau_0}\frac{d\Phi_0}{d\psi} + \frac{1}{\langle B^2 \rangle}\frac{\partial}{\partial \tau_0}\left\langle B u_{a1||} \right\rangle$$

$$\left\langle \frac{\sqrt{g}}{\text{ŧ}}\frac{\partial \boldsymbol{B}_T \cdot \boldsymbol{u}_{a1}}{\partial \tau_0} \right\rangle = -\left\{\frac{J}{\text{ŧ}}\left[\left\langle \frac{g_2}{B^2} \right\rangle - \frac{\langle g_2 \rangle}{\langle B^2 \rangle}\right] + \left\langle \frac{|\nabla\psi|^2}{B^2} \right\rangle\right\}\frac{\partial}{\partial \tau_0}\frac{d\Phi_0}{d\psi} + \frac{J}{\text{ŧ}\langle B^2 \rangle}\frac{\partial}{\partial \tau_0}\left\langle B u_{a1||} \right\rangle$$

径電場の時間発展-8

分極電流の評価-2

$$
\begin{aligned}
m_a n_{a0} \frac{\partial}{\partial \tau_0} B u_{a1||} &= e_a n_{a0} \left[\boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{E}_1 + \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{E}_1^{(A)} \right] - \boldsymbol{B} \cdot \nabla P_{a1} - \boldsymbol{B} \cdot \nabla \cdot \overleftrightarrow{\Pi}_{a1} \\
&+ \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{F}_{a1} + \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{S}_{a1} \\
m_a n_{a0} \frac{\partial}{\partial \tau_0} \left\langle B u_{a1||} \right\rangle &= e_a n_{a0} \left\langle \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{E}_1^{(A)} \right\rangle - \left\langle \boldsymbol{B} \cdot \nabla \cdot \overleftrightarrow{\Pi}_{a1} \right\rangle + \left\langle \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{F}_{a1} \right\rangle + \left\langle \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{S}_{a1} \right\rangle \\
m_a n_{a0} \left\langle \frac{\sqrt{g}}{\iota\!\!\!-} \frac{\partial \boldsymbol{B}_T \cdot \boldsymbol{u}_{a1}}{\partial \tau_0} \right\rangle &= -m_a n_{a0} \left\{ \frac{J}{\iota\!\!\!-} \left[\left\langle \frac{g_2}{B^2} \right\rangle - \frac{\langle g_2 \rangle}{\langle B^2 \rangle} \right] + \left\langle \frac{|\nabla \psi|^2}{B^2} \right\rangle \right\} \frac{\partial}{\partial \tau_0} \frac{d\Phi_0}{d\psi} \\
&+ \frac{J}{\iota\!\!\!- \langle B^2 \rangle} \left\{ e_a n_{a0} \left\langle \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{E}_1^{(A)} \right\rangle - \left\langle \boldsymbol{B} \cdot \nabla \cdot \overleftrightarrow{\Pi}_{a1} \right\rangle \right. \\
&\qquad \left. + \left\langle \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{F}_{a1} \right\rangle + \left\langle \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{S}_{a1} \right\rangle \right\}
\end{aligned}
$$

径電場の時間発展-9

分極電流の評価-3（トロイダル流の時間変化）

$$
\sum_a m_a n_{a0} \left\langle \frac{\sqrt{g}}{\iota\!\!\!-} \frac{\partial \boldsymbol{B}_T \cdot \boldsymbol{u}_{a1}}{\partial \tau_0} \right\rangle
$$

$$
= -\sum_a m_a n_{a0} \left\{ \frac{J}{\iota\!\!\!-} \left[\left\langle \frac{g_2}{B^2} \right\rangle - \frac{\langle g_2 \rangle}{\langle B^2 \rangle} \right] + \left\langle \frac{|\nabla \psi|^2}{B^2} \right\rangle \right\} \frac{\partial}{\partial \tau_0} \frac{d\Phi_0}{d\psi}
$$

$$
+ \frac{J}{\iota\!\!\!- \langle B^2 \rangle} \left\{ \sum_a e_a n_{a0} \left\langle \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{E}_1^{(A)} \right\rangle - \sum_a \left\langle \boldsymbol{B} \cdot \nabla \cdot \overset{\leftrightarrow}{\Pi}_{a1} \right\rangle + \sum_a \langle \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{F}_{a1} \rangle + \sum_a \langle \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{S}_{a1} \rangle \right\}
$$

分極電流の評価(simple plasma)

$$
\sum_a m_a n_{a0} \left\langle \frac{\sqrt{g}}{\iota\!\!\!-} \frac{\partial \boldsymbol{B}_T \cdot \boldsymbol{u}_{a1}}{\partial \tau_0} \right\rangle
$$

$$
= -\sum_a m_a n_{a0} \left\{ \frac{J}{\iota\!\!\!-} \left[\left\langle \frac{g_2}{B^2} \right\rangle - \frac{\langle g_2 \rangle}{\langle B^2 \rangle} \right] + \left\langle \frac{|\nabla \psi|^2}{B^2} \right\rangle \right\} \frac{\partial}{\partial \tau_0} \frac{d\Phi_0}{d\psi}
$$

$$
- \frac{J}{\iota\!\!\!- \langle B^2 \rangle} \sum_a \left\langle \boldsymbol{B} \cdot \nabla \cdot \overset{\leftrightarrow}{\Pi}_{a1} \right\rangle
$$

径電場の時間発展-10

径方向電流

$$
\begin{aligned}
\langle \boldsymbol{J}_2 \cdot \nabla\psi \rangle \ &= \ -\sum_a m_a n_{a0} \left\{ \frac{J}{\boldsymbol{t}} \left[\left\langle \frac{g_2}{B^2} \right\rangle - \frac{\langle g_2 \rangle}{\langle B^2 \rangle} \right] + \left\langle \frac{|\nabla\psi|^2}{B^2} \right\rangle \right\} \frac{\partial}{\partial \tau_0} \frac{d\Phi_0}{d\psi} \\
&+ \ \frac{J}{\boldsymbol{t}\, \langle B^2 \rangle} \left\{ -\sum_a \left\langle \boldsymbol{B} \cdot \nabla \cdot \overset{\leftrightarrow}{\Pi}_{a1} \right\rangle + \sum_a e_a n_{a0} \left\langle \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{E}_1^{(A)} \right\rangle \right. \\
&+ \ \left. \sum_a \langle \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{F}_{a1} \rangle + \sum_a \langle \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{S}_{a1} \rangle \right\} \\
&+ \ \underbrace{\sum_a \left\langle \frac{\sqrt{g}}{\boldsymbol{t}} \boldsymbol{B}_T \cdot \nabla \cdot \overset{\leftrightarrow}{\Pi}_{a1} \right\rangle}_{\text{toroidal viscosity}} - \sum_a e_a n_{a0} \left\langle \frac{\sqrt{g}}{\boldsymbol{t}} \boldsymbol{B}_T \cdot \boldsymbol{E}_1^{(A)} \right\rangle \\
&- \ \sum_a \left\langle \frac{\sqrt{g}}{\boldsymbol{t}} \boldsymbol{B}_T \cdot \boldsymbol{F}_{a1} \right\rangle - \sum_a \left\langle \frac{\sqrt{g}}{\boldsymbol{t}} \boldsymbol{B}_T \cdot \boldsymbol{S}_{a1} \right\rangle
\end{aligned}
$$

径電場の時間発展-11

径方向電流

$$\boldsymbol{B}_x \equiv \frac{J}{\bar{\iota}} \frac{\boldsymbol{B}}{\langle B^2 \rangle} - \frac{\sqrt{g}}{\bar{\iota}} \boldsymbol{B}_T, \quad \text{Note} \quad \boldsymbol{B}_x \cdot \boldsymbol{B} = \frac{J}{\bar{\iota}} \left[\frac{B^2}{\langle B^2 \rangle} - 1 \right]$$

$$v_A^2 \equiv \frac{B^2}{\sum_a m_a n_{a0} \mu_0}$$

$$\langle \boldsymbol{J}_2 \cdot \nabla \psi \rangle = -\frac{1}{\mu_0} \left\{ \frac{J}{\bar{\iota}} \left[\left\langle \frac{g_2}{v_A^2} \right\rangle - \frac{\langle g_2 \rangle}{\langle v_A^2 \rangle} \right] + \left\langle \frac{|\nabla \psi|^2}{v_A^2} \right\rangle \right\} \frac{\partial}{\partial \tau_0} \frac{d\Phi_0}{d\psi}$$

$$- \sum_a \left\langle \boldsymbol{B}_x \cdot \nabla \cdot \overset{\leftrightarrow}{\Pi}_{a1} \right\rangle + \sum_a e_a n_{a0} \left\langle \boldsymbol{B}_x \cdot \boldsymbol{E}_1^{(A)} \right\rangle + \sum_a \langle \boldsymbol{B}_x \cdot \boldsymbol{F}_{a1} \rangle + \sum_a \langle \boldsymbol{B}_x \cdot \boldsymbol{S}_{a1} \rangle$$

径方向電流(simple plasma)

$$\langle \boldsymbol{J}_2 \cdot \nabla \psi \rangle = -\frac{1}{\mu_0} \left\{ \frac{J}{\bar{\iota}} \left[\left\langle \frac{g_2}{v_A^2} \right\rangle - \frac{\langle g_2 \rangle}{\langle v_A^2 \rangle} \right] + \left\langle \frac{|\nabla \psi|^2}{v_A^2} \right\rangle \right\} \frac{\partial}{\partial \tau_0} \frac{d\Phi_0}{d\psi}$$

$$- \sum_a \left\langle \boldsymbol{B}_x \cdot \nabla \cdot \overset{\leftrightarrow}{\Pi}_{a1} \right\rangle$$

径電場の時間発展-12

Maxwell方程式

$$\varepsilon_0 \left\langle |\nabla\psi|^2 \right\rangle \frac{\partial}{\partial\tau_0}\frac{d\Phi_0}{d\psi} = \langle \boldsymbol{J}_2 \cdot \nabla\psi \rangle$$

径電場の式

$$\varepsilon_0\varepsilon_r \left\langle |\nabla\psi|^2 \right\rangle \frac{\partial}{\partial\tau_0}\frac{d\Phi_0}{d\psi} = -\sum_a \left\langle \boldsymbol{B}_x \cdot \nabla \cdot \overleftrightarrow{\Pi}_{a1} \right\rangle + \sum_a e_a n_{a0} \left\langle \boldsymbol{B}_x \cdot \boldsymbol{E}_1^{(A)} \right\rangle$$

$$+ \sum_a \langle \boldsymbol{B}_x \cdot \boldsymbol{F}_{a1} \rangle + \sum_a \langle \boldsymbol{B}_x \cdot \boldsymbol{S}_{a1} \rangle$$

$$\varepsilon_r = 1 + \frac{c^2}{\langle |\nabla\psi|^2 \rangle} \left\{ \frac{J}{\iota} \left[\left\langle \frac{g_2}{v_A^2} \right\rangle - \frac{\langle g_2 \rangle}{\langle v_A^2 \rangle} \right] + \left\langle \frac{|\nabla\psi|^2}{v_A^2} \right\rangle \right\}$$

径電場の式(simple plasma)

$$\varepsilon_0\varepsilon_r \left\langle |\nabla\psi|^2 \right\rangle \frac{\partial}{\partial\tau_0}\frac{d\Phi_0}{d\psi} = -\sum_a \left\langle \boldsymbol{B}_x \cdot \nabla \cdot \overleftrightarrow{\Pi}_{a1} \right\rangle$$

トカマクの場合

$$\varepsilon_r = 1 + \frac{c^2}{\langle |\nabla\psi|^2 \rangle} \left\{ (qJ)^2 \left[\left\langle \frac{1}{v_A^2} \right\rangle - \frac{1}{\langle v_A^2 \rangle} \right] + \left\langle \frac{|\nabla\psi|^2}{v_A^2} \right\rangle \right\} \sim 1 + \frac{c^2}{v_A^2}(1 + q^2)$$

径電場の時間発展-13

トロイダル流の時間発展と径電場の時間発展の同等性

$$
\begin{aligned}
\varepsilon_0 \left\langle |\nabla\psi|^2 \right\rangle \frac{\partial}{\partial\tau_0}\frac{d\Phi_0}{d\psi} \;=\; & \underbrace{\sum_a m_a n_{a0} \left\langle \frac{\sqrt{g}}{\boldsymbol{t}} \frac{\partial \boldsymbol{B}_T \cdot \boldsymbol{u}_{a1}}{\partial\tau_0} \right\rangle}_{\textbf{polarization flux}} \\
& + \underbrace{\sum_a \left\langle \frac{\sqrt{g}}{\boldsymbol{t}} \boldsymbol{B}_T \cdot \nabla \cdot \overset{\leftrightarrow}{\Pi}_{a1} \right\rangle}_{\textbf{toroidal viscosity}} - \sum_a e_a n_{a0} \left\langle \frac{\sqrt{g}}{\boldsymbol{t}} \boldsymbol{B}_T \cdot \boldsymbol{E}_1^{(A)} \right\rangle \\
& - \sum_a \left\langle \frac{\sqrt{g}}{\boldsymbol{t}} \boldsymbol{B}_T \cdot \boldsymbol{F}_{a1} \right\rangle - \sum_a \left\langle \frac{\sqrt{g}}{\boldsymbol{t}} \boldsymbol{B}_T \cdot \boldsymbol{S}_{a1} \right\rangle
\end{aligned}
$$

流れ（径電場）の時間発展方程式

最低次の流れは２次元流非圧縮流

基本式 $\dfrac{dT_a}{d\psi} = 0$

$$
\begin{aligned}
\varepsilon_0 \varepsilon_r \left\langle |\nabla\psi|^2 \right\rangle \frac{\partial}{\partial\tau_0}\frac{d\Phi_0}{d\psi} &= -\sum_a \left\langle \boldsymbol{B}_x \cdot \nabla\cdot \overset{\leftrightarrow}{\Pi}_{a1} \right\rangle + \sum_a e_a n_{a0} \left\langle \boldsymbol{B}_x \cdot \boldsymbol{E}_1^{(A)} \right\rangle \\
&+ \sum_a \langle \boldsymbol{B}_x \cdot \boldsymbol{F}_{a1} \rangle + \sum_a \langle \boldsymbol{B}_x \cdot \boldsymbol{S}_{a1} \rangle
\end{aligned}
$$

$$
m_a n_{a0} \frac{\partial}{\partial\tau_0} \langle B u_{a1||} \rangle = -\left\langle \boldsymbol{B} \cdot \nabla\cdot \overset{\leftrightarrow}{\Pi}_{a1} \right\rangle + e_a n_{a0} \left\langle \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{E}_1^{(A)} \right\rangle + \langle \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{F}_{a1} \rangle + \langle \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{S}_{a1} \rangle
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial\tau_0}\frac{d\Phi_0}{d\psi} &= \mathcal{F}_1\left(\frac{d\Phi_0}{d\psi}, \langle B u_{a1||} \rangle \right) \\
\frac{\partial}{\partial\tau_0} \langle B u_{a1||} \rangle &= \mathcal{F}_2\left(\frac{d\Phi_0}{d\psi}, \langle B u_{a1||} \rangle \right)
\end{aligned}
$$

定常状態

パラレルモーメンタムバランス、アンバイポーラ

TASKの更なる拡張に関して

核燃焼プラズマを対象とするとき、理論モデルの更なる拡張が必要となる

- **MHD 平衡の拡張**
  上下非対称性
  流れのある場合
  非当方圧力
  二流体平衡
- **多階層モデル**
  ジャイロ流体 ⇔ ジャイロ運動論
  微視的から巨視的へ ⇔ 巨視的から微視的へ
- **食べさせられるコード**
  修士課程のレベル
  博士課程のレベル
  研究者のレベル
- **TASK の構成とそれによる研究で本を自費出版する**