

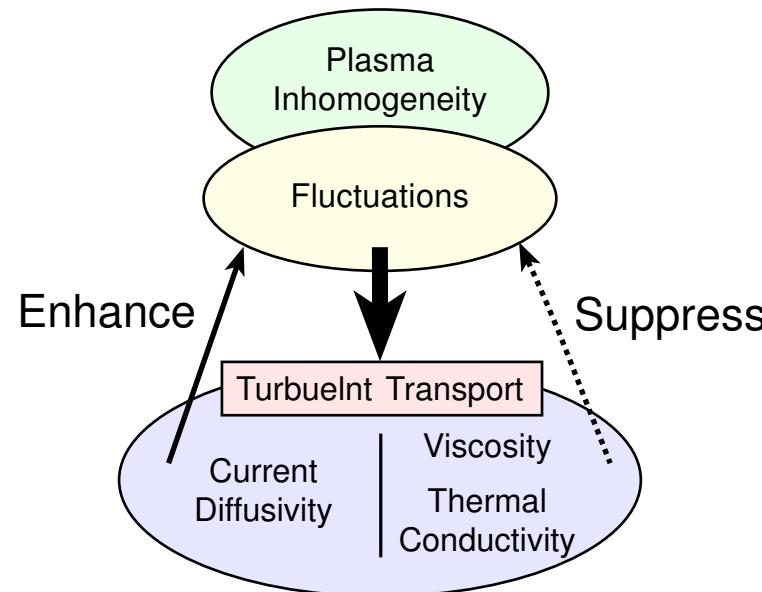
CDBM モデルによるトカマク輸送シミュレーション

福山 淳（京大工 原子核）

- CDBM 輸送モデル
- 熱輸送シミュレーション
- 高 β_p モード
- 負磁気シアモード
- まとめと今後の課題

CDBM 輸送モデル

- 自己維持乱流理論
 - 亂流自身によって生じた輸送が乱流を不安定化 .



- 電流拡散性バルーニングモード
 - バルーニングモード:
 - 理想バルーニングモード（第2安定化領域）
 - 抵抗性バルーニングモード（周辺低温プラズマ）
 - 電流拡散性バルーニングモード（高温プラズマ）

CDBM 基礎方程式

- 簡約 MHD 方程式 (乱流輸送を取り入れた電磁流体方程式)

運動方程式

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{n_0 m_i}{B_0} \nabla_{\perp}^2 \phi = B_0 \nabla_{\parallel} j_{\parallel} + \nabla p \times \nabla \frac{2r \cos \theta}{R_0} \cdot \hat{z} + \mu \frac{n_0 m_i}{B_0} \nabla_{\perp}^4 \phi$$

オームの法則

$$\frac{\partial}{\partial t} A = - \nabla_{\parallel} \phi - \eta j_{\parallel} + \lambda \nabla_{\perp}^2 j_{\parallel} \quad \text{where} \quad j_{\parallel} = - \frac{1}{\mu_0} \nabla_{\perp}^2 A$$

エネルギー方程式

$$\frac{\partial}{\partial t} p + \frac{1}{B_0} \nabla \phi \times \nabla p_0 \cdot \hat{z} = \chi \nabla^2 p$$

- 輸送係数

μ : イオン粘性係数

η : 電気抵抗率

λ : 電流拡散係数

χ : 熱拡散係数

μ, λ, χ : 古典輸送 (衝突輸送) + 乱流輸送

η : 古典輸送

- 搾動振幅を与え, μ, λ, χ を固定して, 方程式を解く

電流拡散性バルーニングモード

- バルーニングモード方程式（規格化， m ：ポロイダルモード番号）

$$\gamma f^2 \phi = \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{f^2}{\gamma + \eta m^2 f^2 + \lambda m^4 f^4} \frac{\partial \phi}{\partial \xi}$$

$$- \mu m^2 f^4 \phi + \frac{\alpha}{\gamma + \chi m^2 f^2} [\kappa + \cos \xi + (s\xi - \alpha \sin \xi) \sin \xi] \phi$$

- 磁気シア

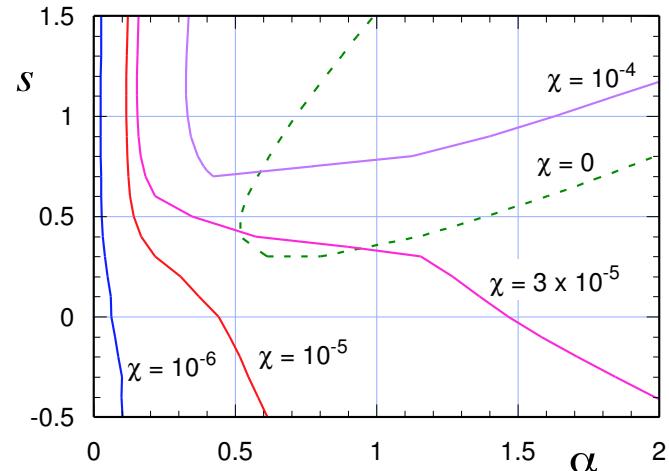
$$s \equiv \frac{r}{q} \frac{dq}{dr}$$

- 規格化された圧力勾配

$$\alpha \equiv - q^2 R \frac{d\beta}{dr}$$

- 磁気曲率

$$\kappa \equiv - \frac{r}{R} \left(1 - \frac{1}{q^2} \right)$$



$$q = rB_0/RB_\theta, \quad \beta = 2\mu_0 p_0/B_0^2, \quad f^2 = 1 + (s\xi - \alpha \sin \xi)^2$$

電流拡散	λm^4	不安定化	磁力線を曲げる効果
イオン粘性	μm^2	安定化	粘性減衰
熱拡散	χm^2	安定化	圧力揺動減少

電流拡散性バルーニングモード乱流輸送モデル

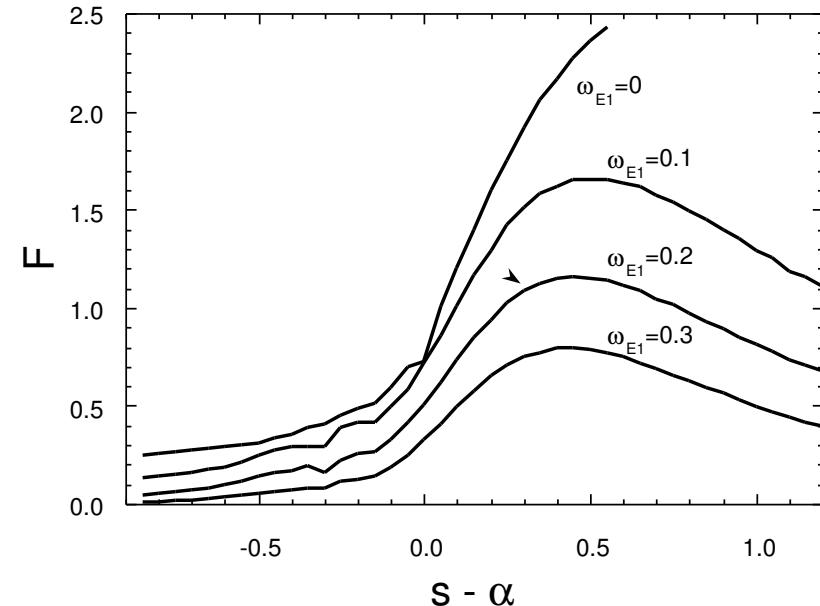
- CDBM 自己維持乱流輸送モデルから求められた熱拡散係数

$$\chi_{\text{TB}} = F(s, \alpha, \kappa, \omega_{E1}) \alpha^{3/2} \frac{c^2}{\omega_{pe}^2} \frac{v_A}{qR}$$

磁気シア	$s \equiv \frac{r}{q} \frac{dq}{dr}$
圧力勾配	$\alpha \equiv -q^2 R \frac{d\beta}{dr}$
磁気曲率	$\kappa \equiv -\frac{r}{R} \left(1 - \frac{1}{q^2}\right)$
$E \times B$ 回転シア	$\omega_{E1} \equiv \frac{qR}{sv_A B_\theta} \frac{dE}{dr}$

- 負磁気シアは輸送を減少させる .
- 磁気軸シフトは輸送を減少させる
- $E \times B$ 回転シアは輸送を減少させる .

- $F(s, \alpha, \kappa, \omega_{E1})$ の $s - \alpha$ 依存性



- 近似式

$$F_{\text{BM}} = \begin{cases} \frac{1}{1 + G_1 \omega_{E1}^2} \frac{1}{\sqrt{2(1 - 2s')(1 - 2s' + 3s'^2)}} & \text{for } s' = s - \alpha < 0 \\ \frac{1}{1 + G_1 \omega_{E1}^2} \frac{1}{\sqrt{2}(1 - 2s' + 3s'^2 + 2s'^3)} & \text{for } s' = s - \alpha > 0 \end{cases}$$

熱輸送シミュレーション

- 磁気面平均：小半径方向の1次元解析

- 不純物，中性粒子，鋸歯状振動の影響は取り入れていない。
- 密度分布固定： $n_e(r) \propto (1 - r^2/a^2)^{1/2}$
- 热拡散係数 (実験結果と合わせるパラメータ $C = 12$)

$$\begin{aligned}\chi_e &= C\chi_{TB} + \chi_{NC,e} \\ \chi_i &= C\chi_{TB} + \chi_{NC,i}\end{aligned}$$

- 輸送方程式

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{3}{2} n_e T_e = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r n_e \chi_e \frac{\partial T_e}{\partial r} + P_{OH} + P_{ie} + P_{He}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{3}{2} n_i T_i = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r n_i \chi_i \frac{\partial T_i}{\partial r} - P_{ie} + P_{Hi}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} B_\theta = \frac{\partial}{\partial r} \eta_{NC} \left[\frac{1}{\mu_0} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r B_\theta - J_{BS} - J_{LH} \right]$$

- プラズマの標準パラメータ

$$R = 3 \text{ m} \quad B_t = 3 \text{ T} \quad \text{橍円度} = 1.5$$

$$a = 1 \text{ m} \quad I_p = 3 \text{ MA} \quad n_{e0} = 5 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$$

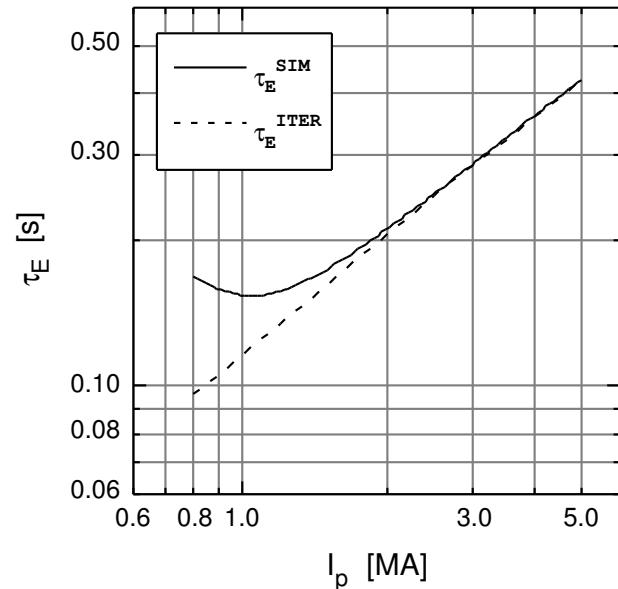
L-mode 輸送と内部輸送障壁形成

- 0次元解析 : $F(s, \alpha, \kappa)$ 固定(gyro-Bohm scaling)

$$\tau_E \propto F^{-0.4} A_i^{0.2} I_P^{0.8} n^{0.6} B^0 a^{1.0} R_0^{1.2} P^{-0.6}$$

- 低 I_p 領域における L-mode 比例則からのずれ

- P_{in} の増加
- 圧力勾配の増加
→ α の増加
- ブートストラップ電流の増加
→ s の減少
- Reduction of χ



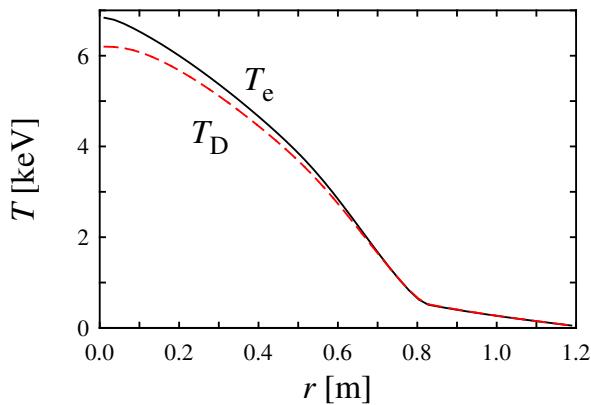
- さまざまな内部輸送障壁形成

- 高 β_p モード
- PEP (Pellet Enhanced Performance) モード
- LHEP (Lower Hybrid Enhanced Performance) モード
- 負磁気シア モード

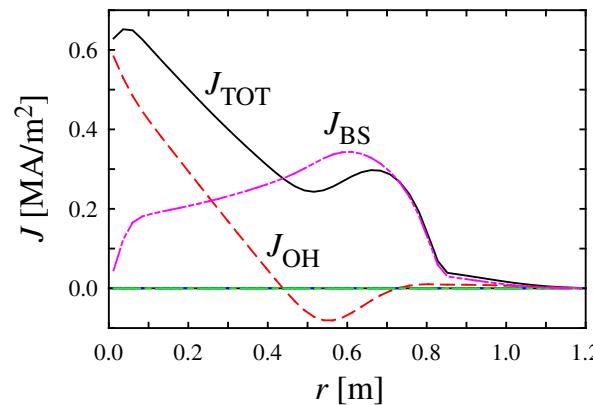
高 β_p モード (1)

- $R = 3 \text{ m}$, $a = 1.2 \text{ m}$, $\kappa = 1.5$, $B_0 = 3 \text{ T}$, $I_p = 1 \text{ MA}$
- $P_H = 20 \text{ MW}$ の加熱開始 1 秒後

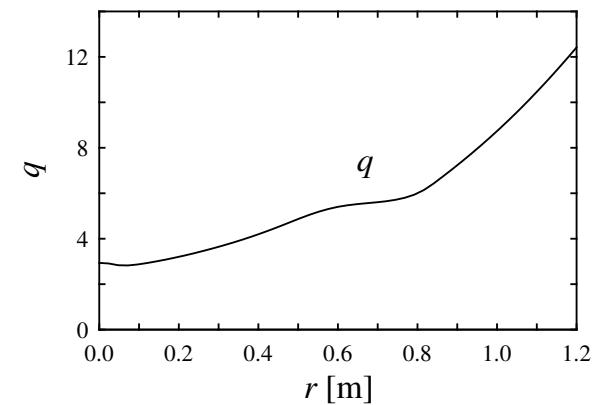
温度分布



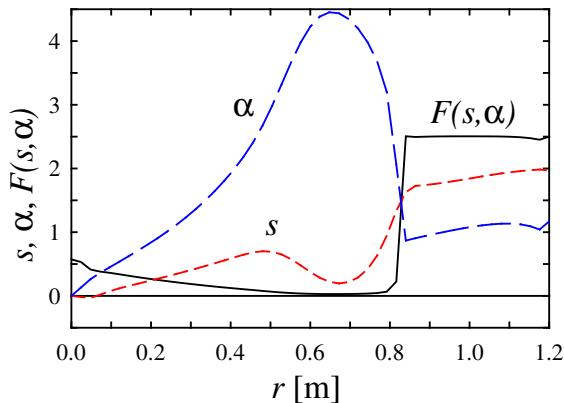
電流分布



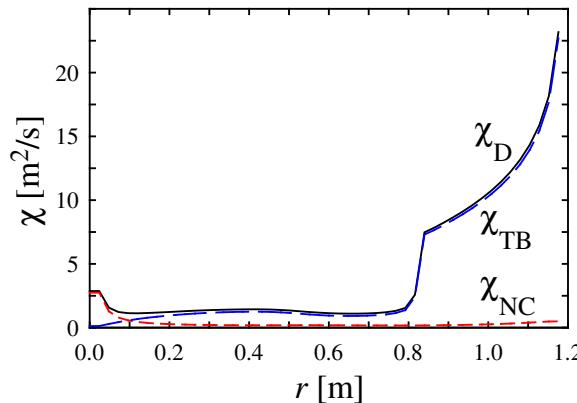
安全係数分布



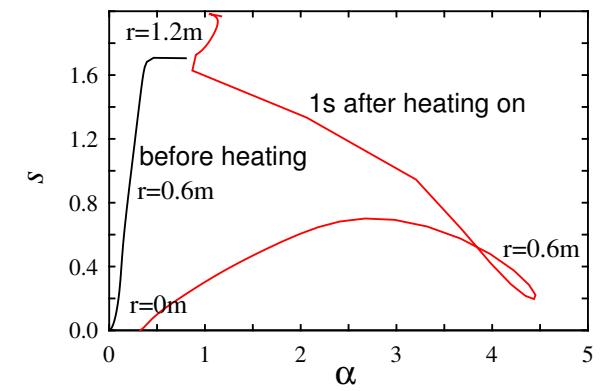
磁気シア・圧力勾配



熱拡散係数



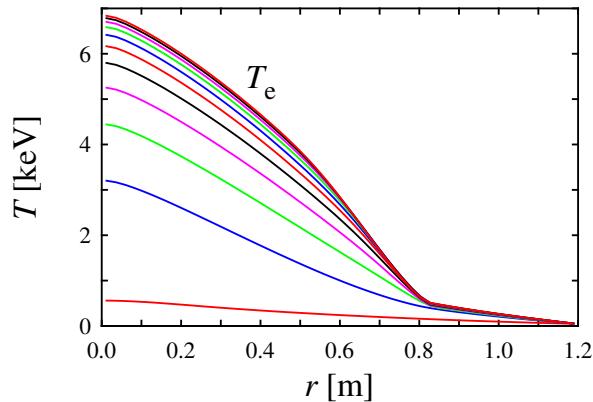
$s - \alpha$ 軌跡



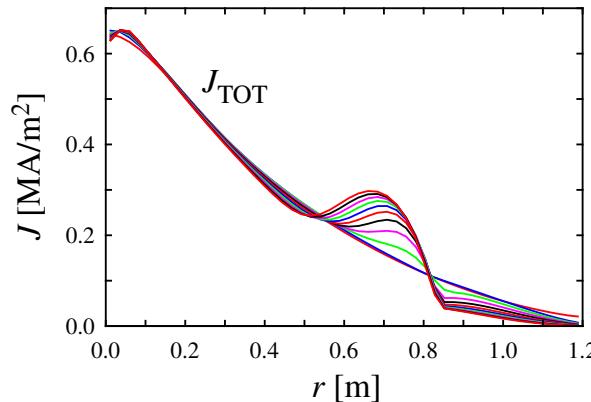
高 β_p モード (2)

- 加熱開始後，1秒間の時間発展

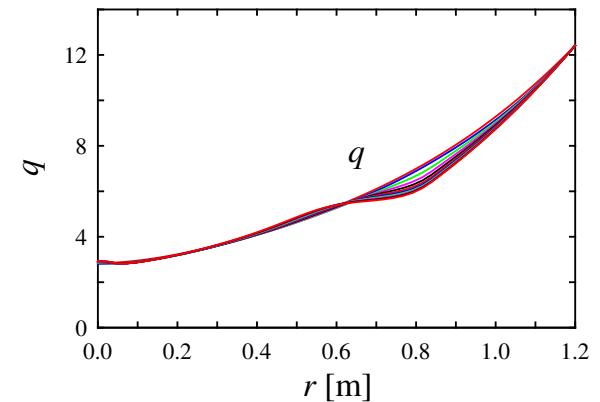
温度分布



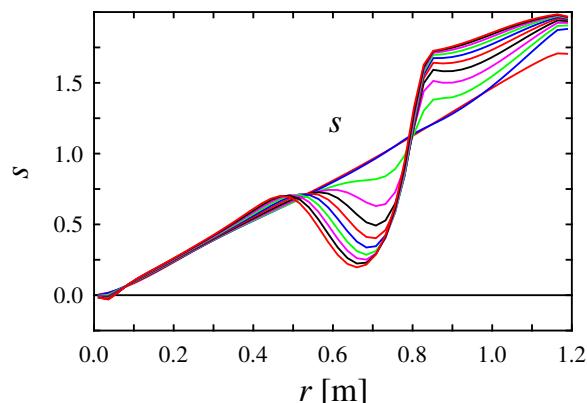
電流分布



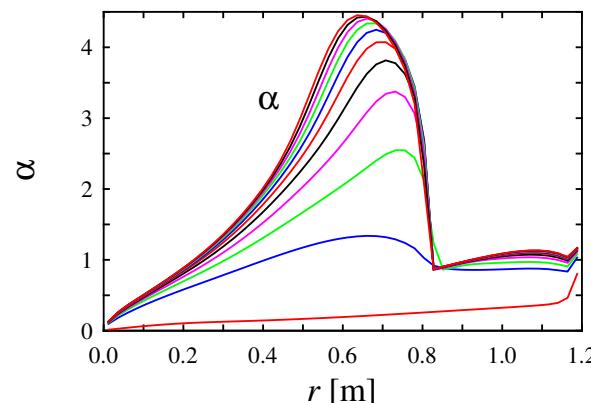
安全係数分布



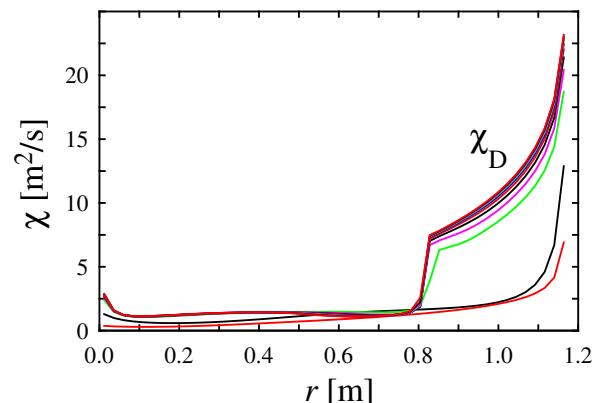
磁気シア



規格化圧力勾配

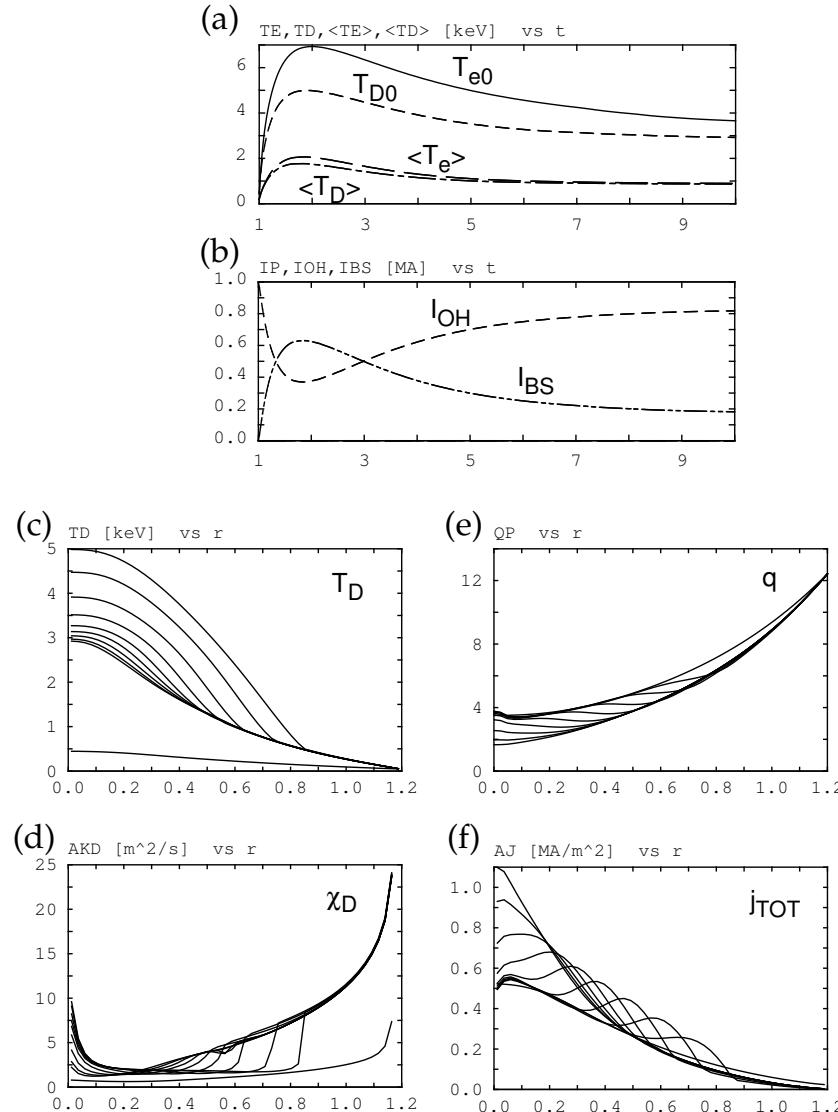


熱拡散係数

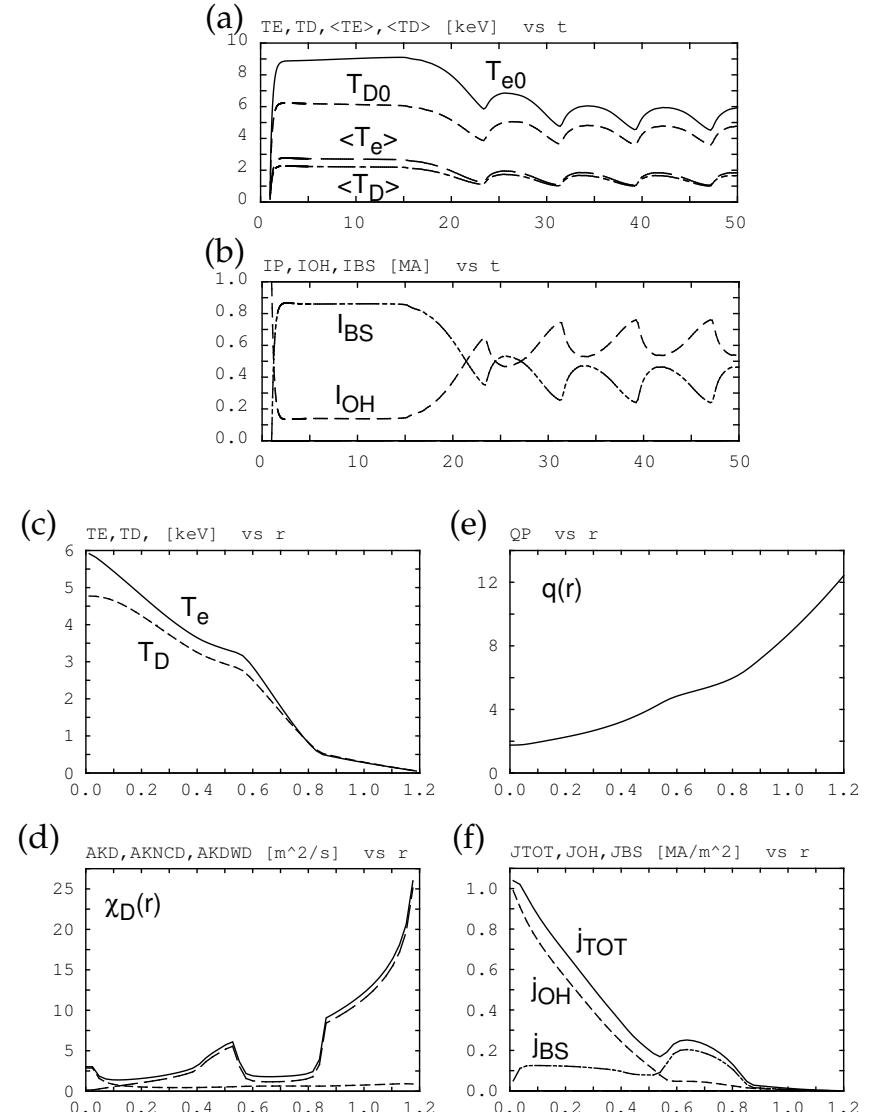


高 β_p モード (3)

- $P_H = 20 \text{ MW}$

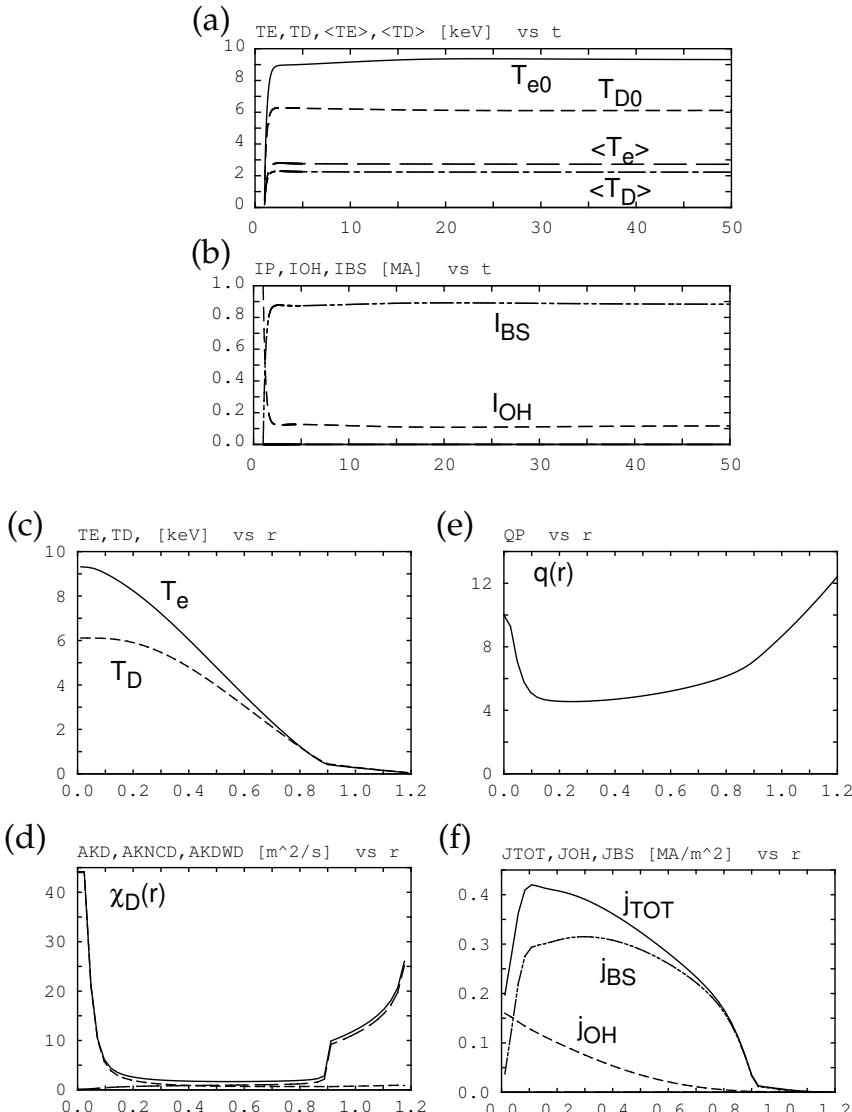


- $P_H = 24.2 \text{ MW}$

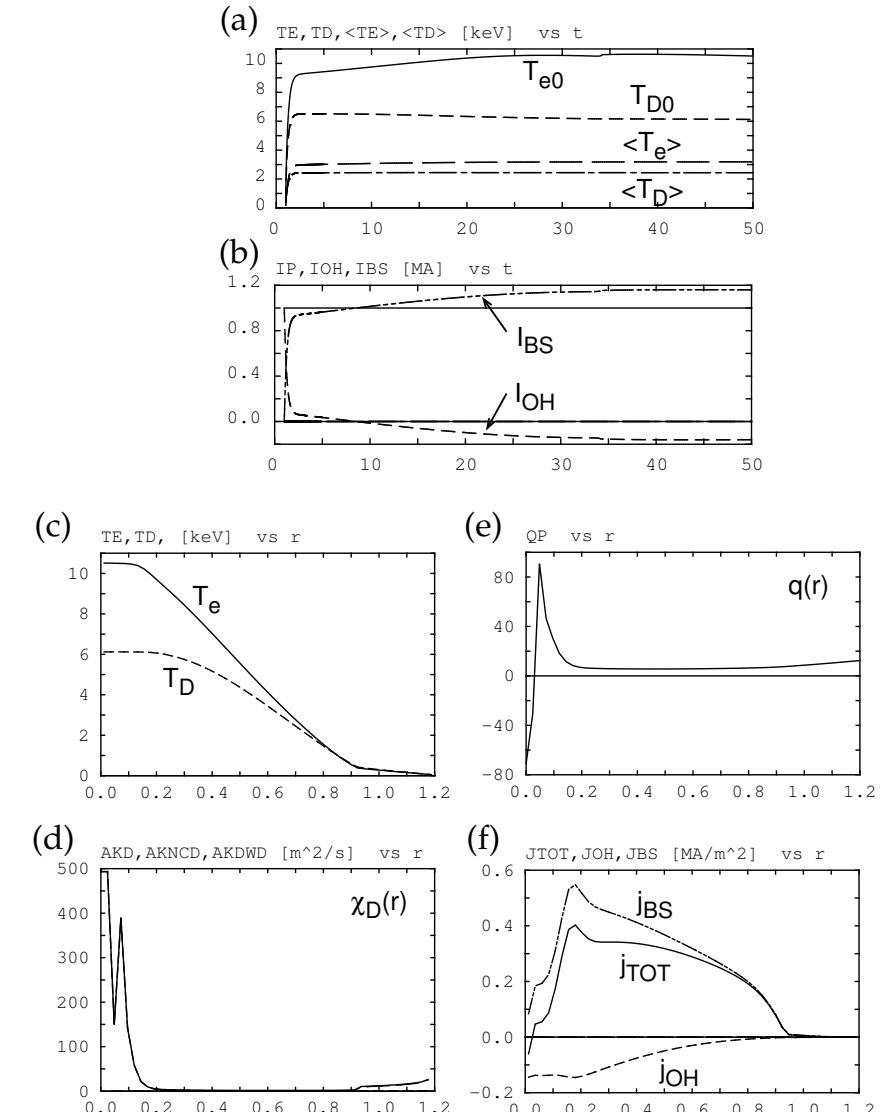


高 β_p モード (4)

- $P_H = 24.4 \text{ MW}$



- $P_H = 24.6 \text{ MW}$



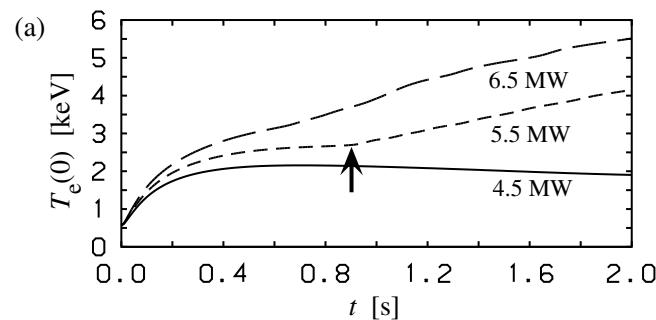
$E \times B$ 回転速度シアの効果

- 輸送の減少：小さな s ，大きな α : $F(s, \alpha, \kappa)$

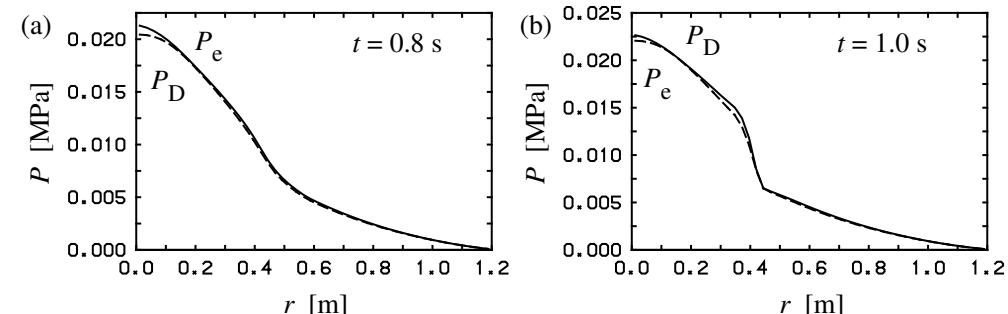
⇒ 回転シアの急激な増加: $1/[1 + G(s, \alpha) \omega_{E1}^2]$

⇒ Enhanced ITB への遷移

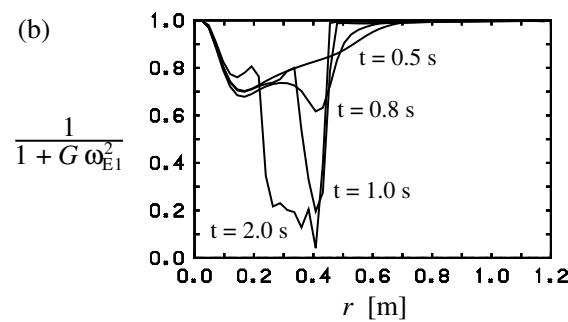
$T_e(0)$ の時間発展



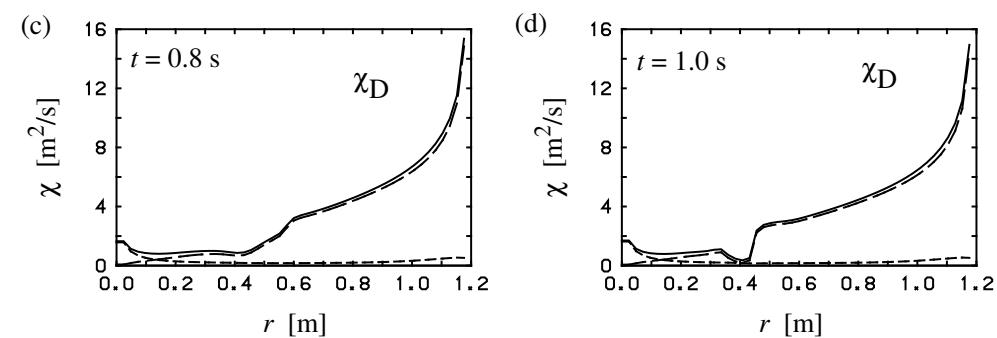
遷移前と遷移後の圧力勾配



回転シアの急速な変化



遷移前と遷移後の熱拡散係数



Bifurcation in Transport Barrier Formation

- Transition in barrier formation is soft or hard?
 - ETB: Fast transition of $E_r \rightarrow$ hard transition
 - ITB: Experimental observation ?; Theoretical approach
- Analysis of ITB based on CDBM model

- Constraint: Constant heating power P_H inside ITB

- Proposition: Two stable solutions may coexist?

- Heat flux:

$$q_H = -n\chi \frac{dT}{dr} = \frac{P_H}{4\pi^2 r R}$$

- Pressure gradient:

$$\alpha = -q^2 R \frac{d\beta}{dr} = n q^2 R \frac{2\mu_0}{B^2} \left(1 + \frac{1}{\eta_T} \right) \frac{dT}{dr}, \quad \eta_T = \frac{d \ln T}{d \ln n}$$

- Thermal diffusivity:

$$\chi_{TB} = C \frac{F(s, \alpha)}{1 + G\omega_E^2} \alpha^{3/2} \frac{c^2}{\omega_{pe}^2} \frac{v_A}{qR}$$

Heat Flux Relation

- Heat flux relation can be rewritten as

$$\hat{P}_H = [\hat{\chi}_{TB} + \hat{\chi}_{NC}] \alpha$$

- Normalization: P_H and χ are normalized by P_{H0} and χ_0

$$P_{H0} = 2\pi^2 \frac{r}{qR} \frac{B^2}{\mu_0} \frac{\eta_T}{1 + \eta_T} \chi_0, \quad \chi_0 = C \frac{c^2}{\omega_{pe}^2} \frac{v_A}{qR}$$

- Therefore

$$\hat{P}_H = \frac{P_H}{P_{H0}}, \quad \hat{\chi}_{TB} = \frac{\chi_{TB}}{\chi_0} = \frac{F(s, \alpha)}{1 + G\omega_E^2} \alpha^{3/2}, \quad \hat{\chi}_{NC} = \frac{\chi_{NC}}{\chi_0}$$

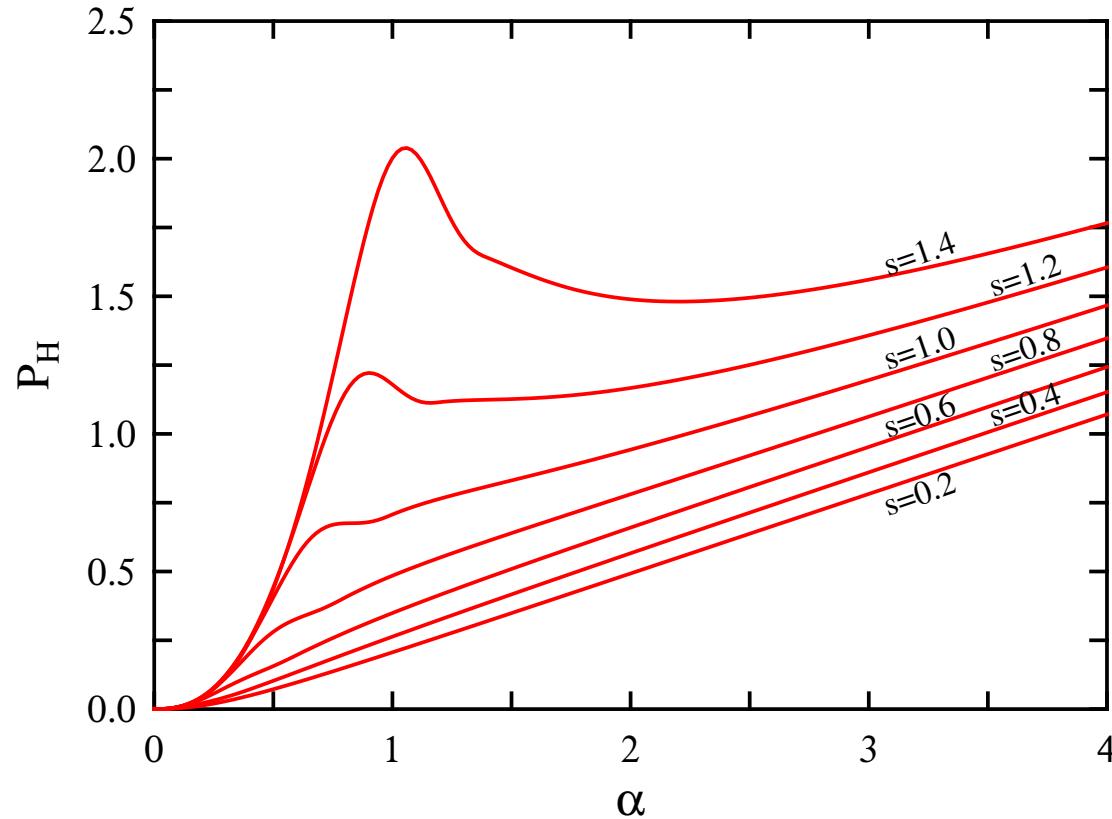
- We plot

$$\frac{\hat{P}_H}{\alpha} = \hat{\chi}_{TB} + \hat{\chi}_{NC}$$

as a function of α for various values of \hat{P}_H , s and G .

Condition of Bifurcation

- Effect of Shafranov shift ($G = 0, \hat{\chi}_{NC} = 0$)

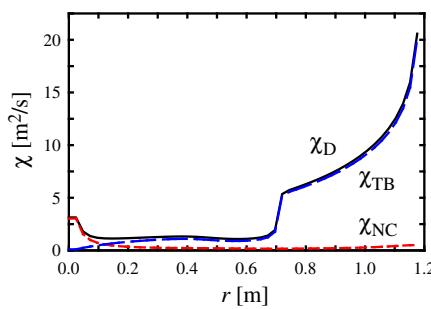
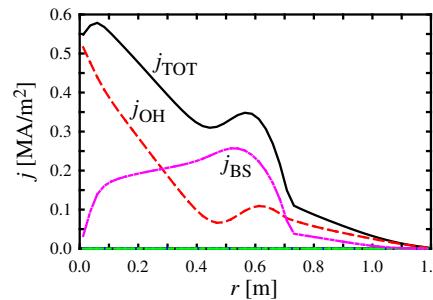
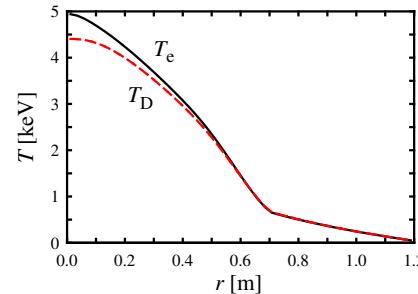


- For $s > 1.2$, bifurcation may occur.
- Threshold power: $\hat{P}_{H0} = 1.25$

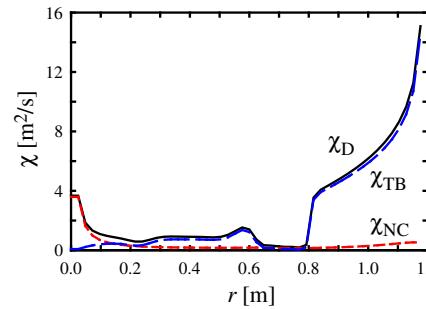
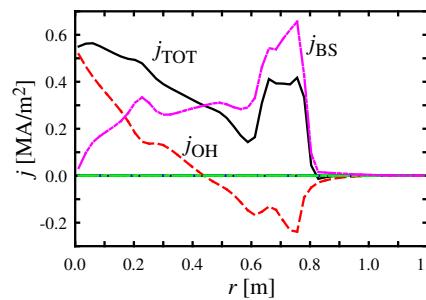
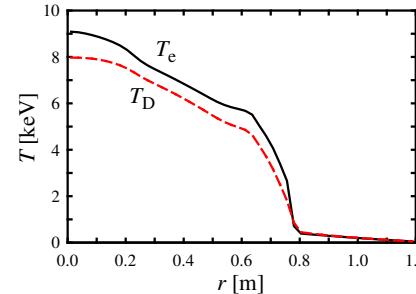
輸送障壁の形状

- モデル依存性

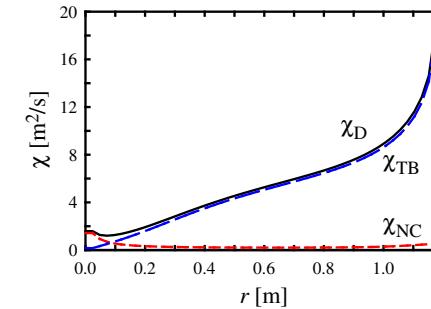
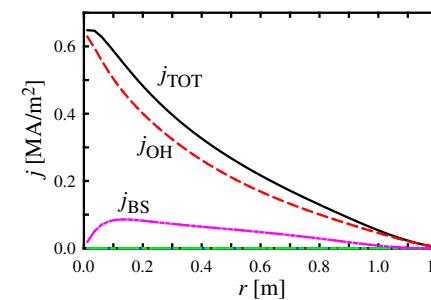
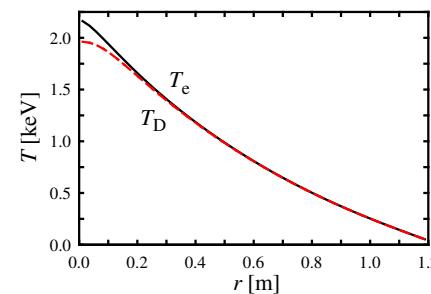
$$F(s, \alpha)$$



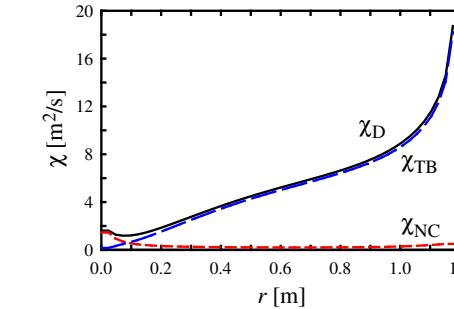
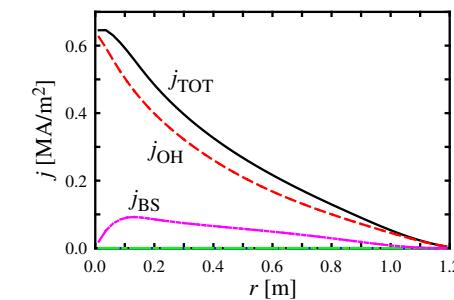
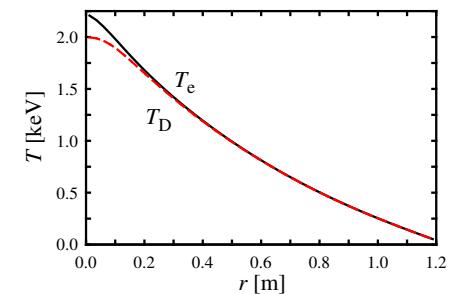
$$F(s, \alpha)/(1 + G\omega_E^2)$$



$$F(s)$$

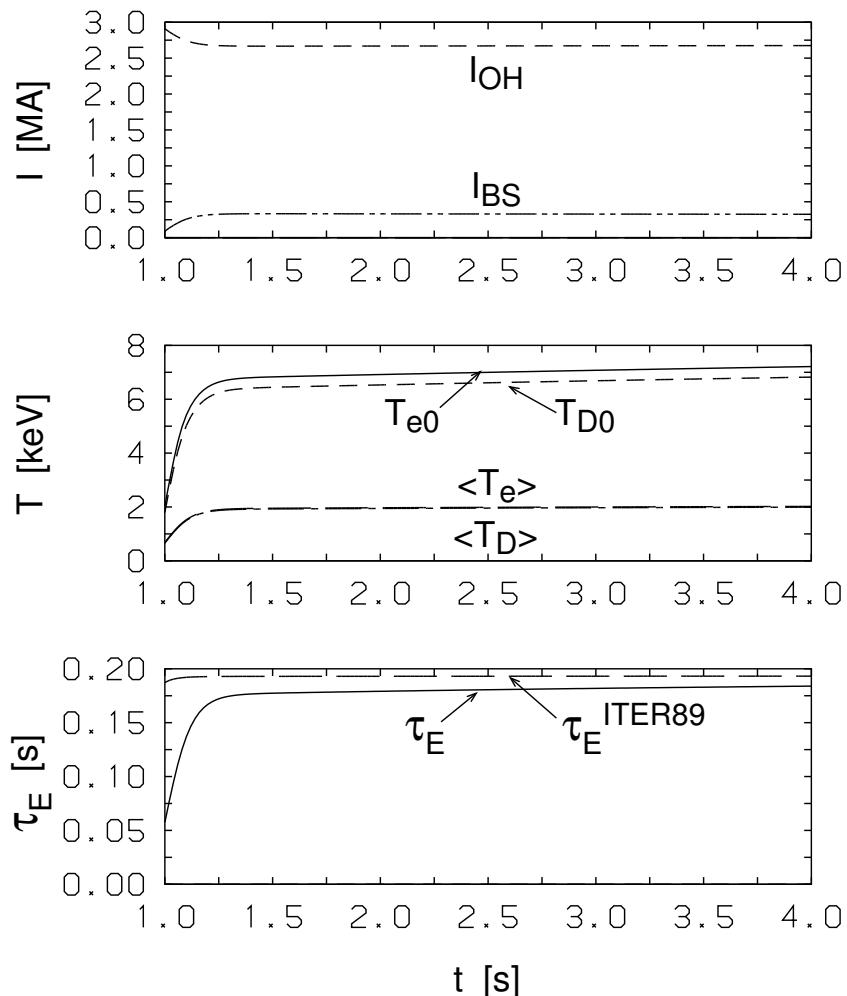


$$F(s)/(1 + G\omega_E^2)$$

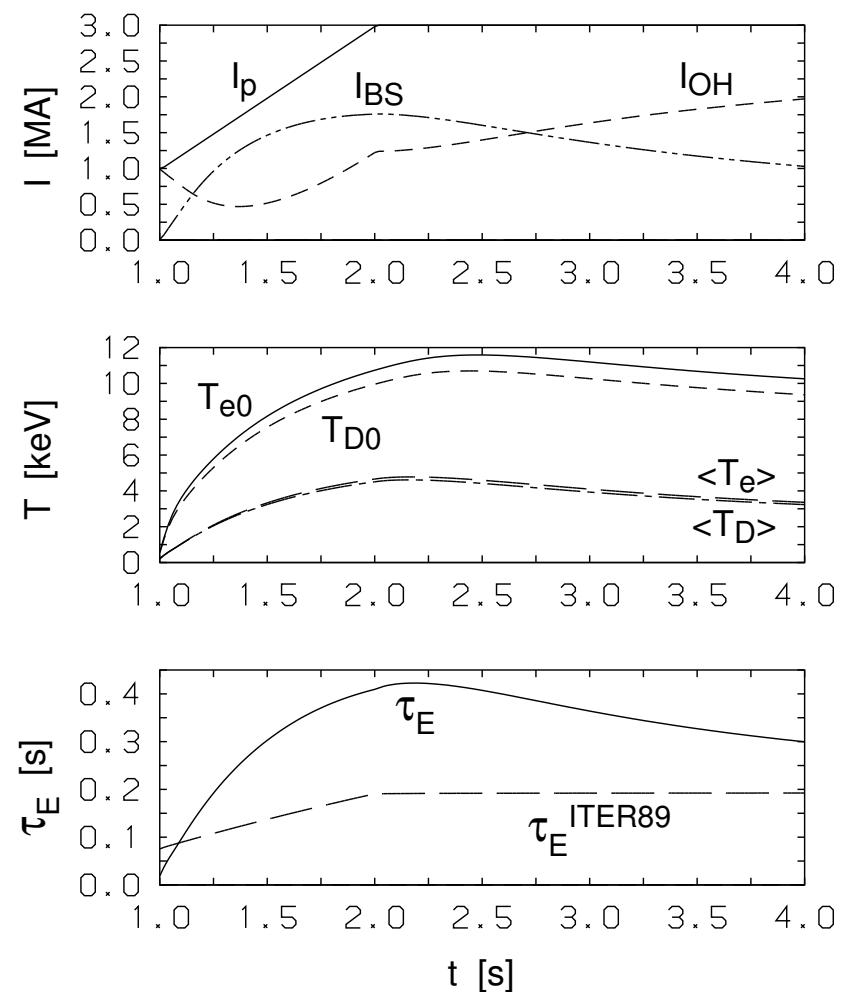


負磁気シア配位における輸送シミュレーション

$I_p : 3 \text{ MA} \text{ 一定}$
加熱パワー : 20 MW
 $H \text{ factor} \simeq 0.95$

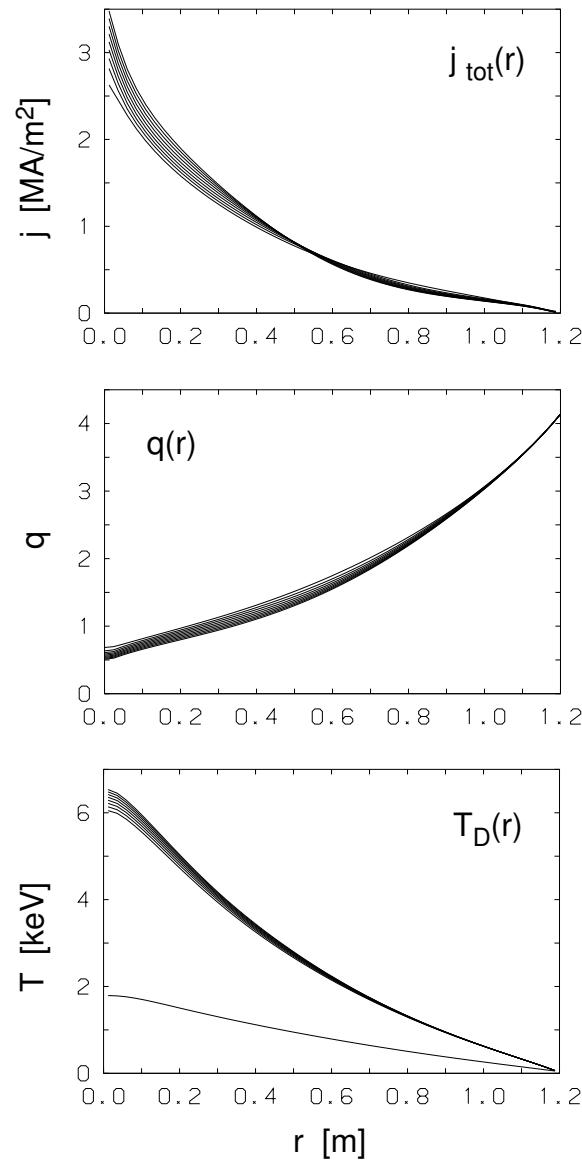


$I_p : 1 \text{ MA} \rightarrow 3 \text{ MA}/1 \text{ s}$
加熱パワー : 20 MW
 $H \text{ factor} \simeq 1.6$

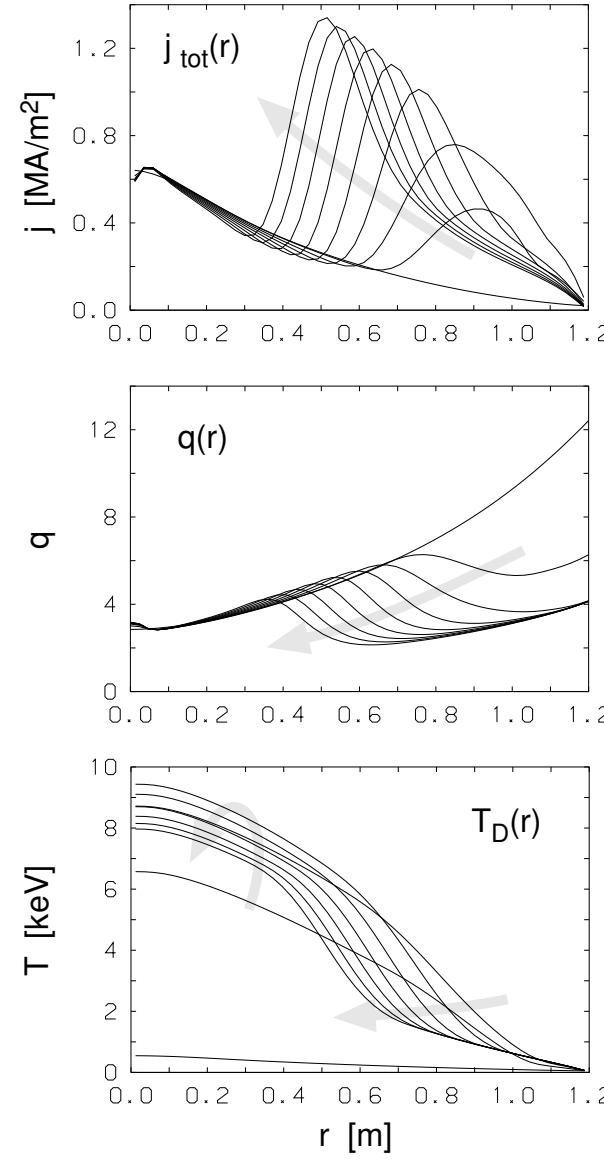


負磁気シア配位の時間発展

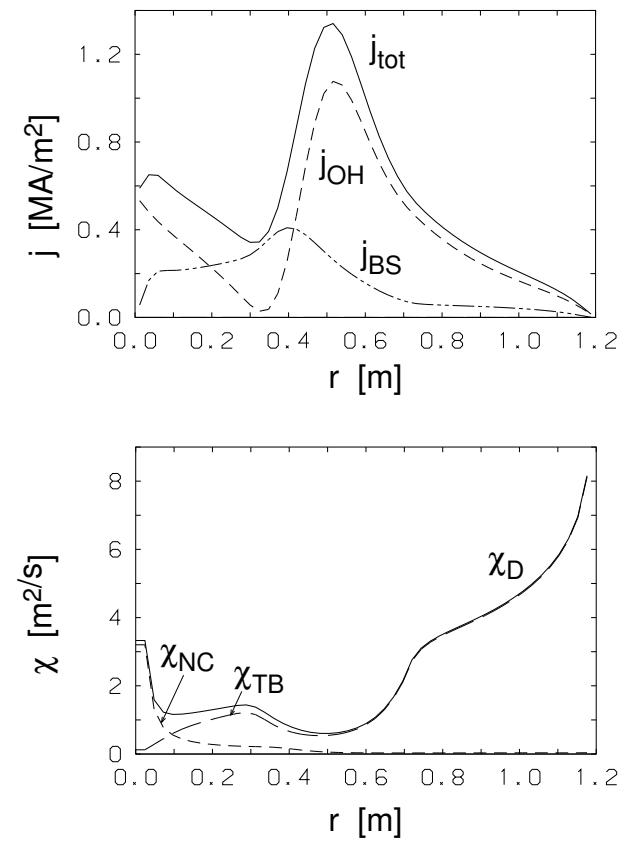
$I_p : 3 \text{ MA} \text{ 一定}$



$I_p : 1 \text{ MA} \rightarrow 3 \text{ MA}/1 \text{ s}$



$t = 5 \text{ s}$

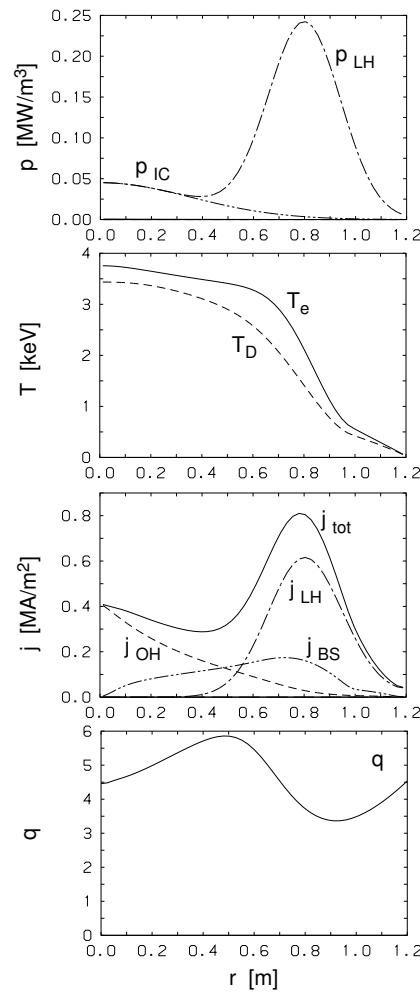


負磁気シア配位の維持

非軸上電流駆動

($H \simeq 1.2$)

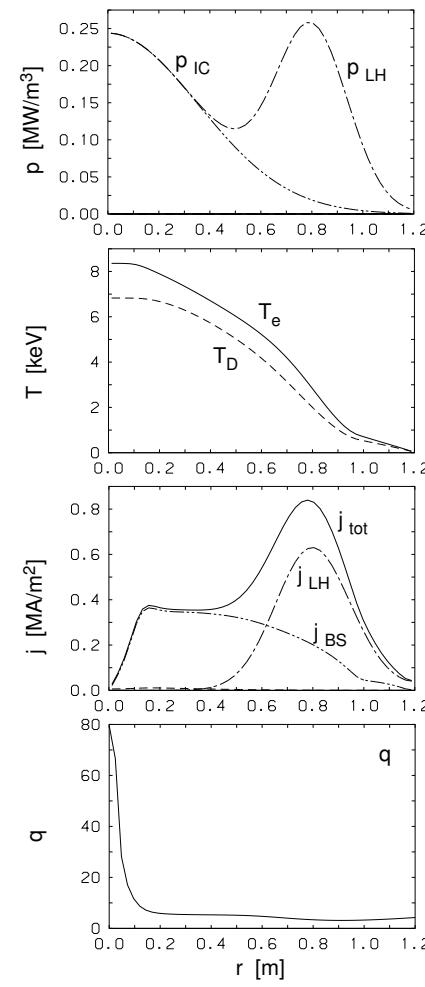
$$P_{\text{LH}}/P_{\text{IC}} = 12/2 \text{ MW}$$



完全電流駆動

($H \simeq 1.6$)

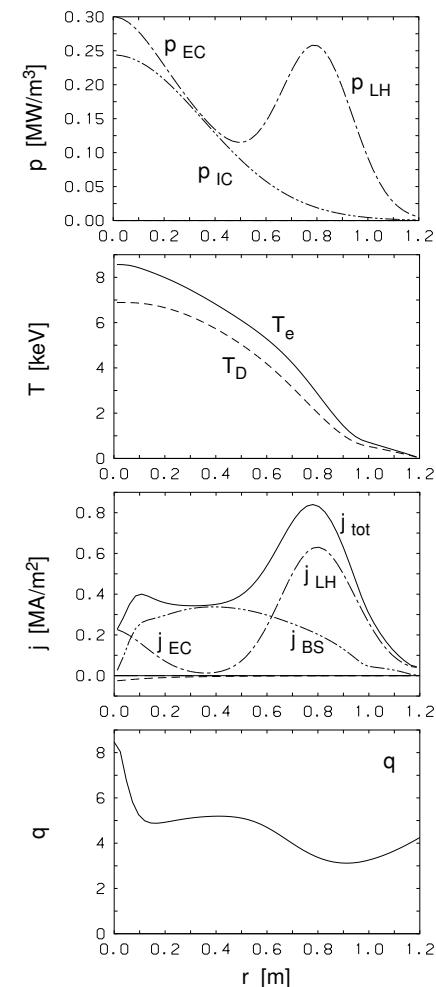
$$P_{\text{LH}}/P_{\text{IC}} = 12/10.8 \text{ MW}$$



完全電流駆動 + 軸上電流駆動

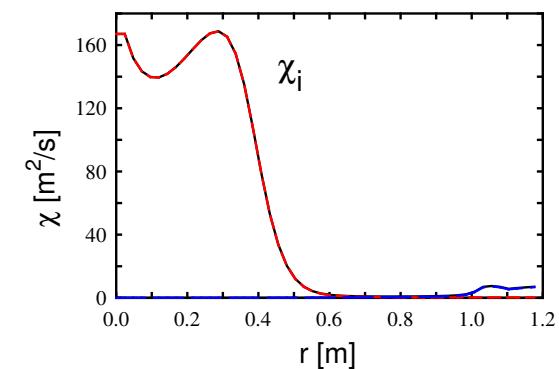
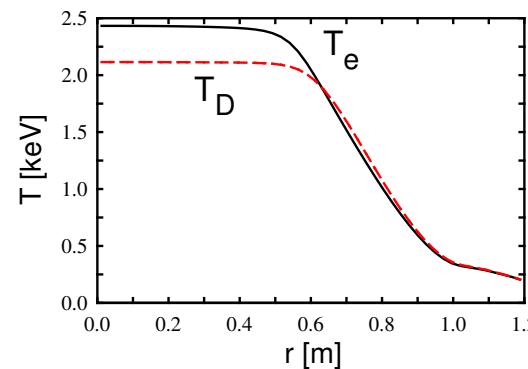
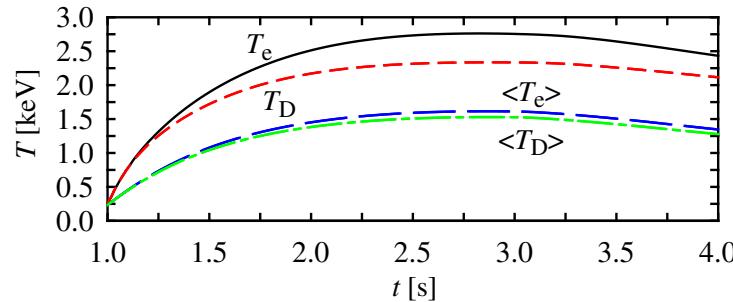
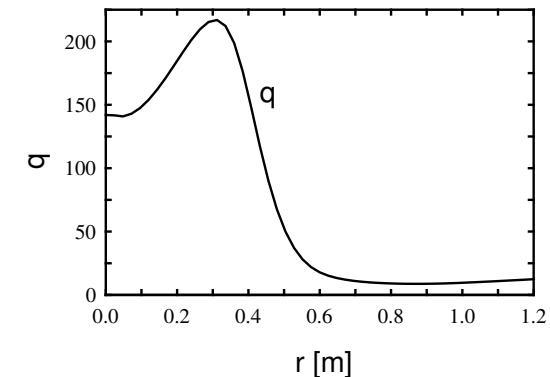
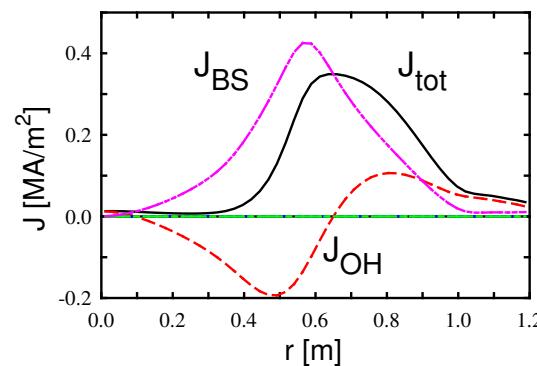
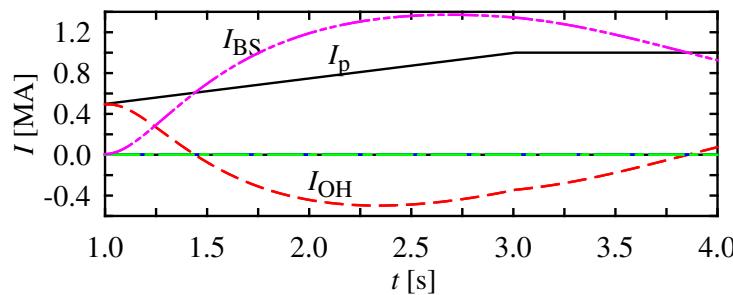
$P_{\text{LH}}/P_{\text{IC}}/P_{\text{EC}}$

$$= 12/10.8/0.2 \text{ MW}$$



電流ホール形成のシミュレーション

- 電流立ち上げ : $I_p = 0.5 \rightarrow 1.0 \text{ MA}$
- 加熱パワー : $P_H = 5 \text{ MW}$
- **電流ホール** の形成
- 形成は周辺温度に敏感



まとめ

- CDBM 輸送モデルは，L-mode 輸送，内部輸送障壁形成を記述できる．
- ITER 分布データベースとの比較では，H-mode プラズマでのずれが大きい．
- 内部輸送障壁形成には， $s - \alpha$ 依存性が重要

今後の課題

- CDBM と Drift waves (ITG 等) の両方を含む輸送モデル
- 空間分布データベースとの比較
- 周辺部輸送障壁を含めた輸送シミュレーション
- トカマクプラズマにおける 2 次元輸送解析