

# トロイダルプラズマにおける アルヴェン固有モードの線形安定性解析

福山 淳, 阿久津 拓  
京大工

- 3次元波動伝播解析
- TAE に対するトロイダル回転の効果
- 負磁気シア配位における RSAE
- 高速イオン励起モード
- まとめ

# アルヴェン固有モードの線形安定性解析

---

- 電磁流体解析 (理想, 抵抗性)
- 運動論的效果を含めた電磁流体解析: 摂動的
  - 電磁流体解析から求めた固有関数, 運動論的效果を含めた成長率
  - Nova-K (Cheng, Fu)
  - Castor-K (Borba)
- 運動論的解析 (電子の熱運動, イオンのサイクロトロン運動, ドリフト運動)
  - PENN (Jaun, Alfvén Lab)
  - **TASK/WM** (Fukuyama)
- バルーン展開: 高  $n$  モード
  - HINST (Gorelenkov, Cheng)
  - 2D-WKB (Vlad, Chen, Zonka)

## 3次元波動伝播解析コード：TASK/WM

---

- 平衡解析から得られた**磁気面座標**
- **マクスウェル方程式**の境界値問題

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon \cdot \mathbf{E} + i\omega\mu_0 \mathbf{j}_{\text{ext}}$$

- 運動論的效果を含めた**誘電率テンソル**
  - **高速イオン：ドリフト運動論**
- ポロイダルおよびトロイダル**モード展開**
  - **正確な  $k_{\parallel}$  評価**
- 電界振幅を最大とする**複素固有周波数**
  - **電子密度に比例する励起**

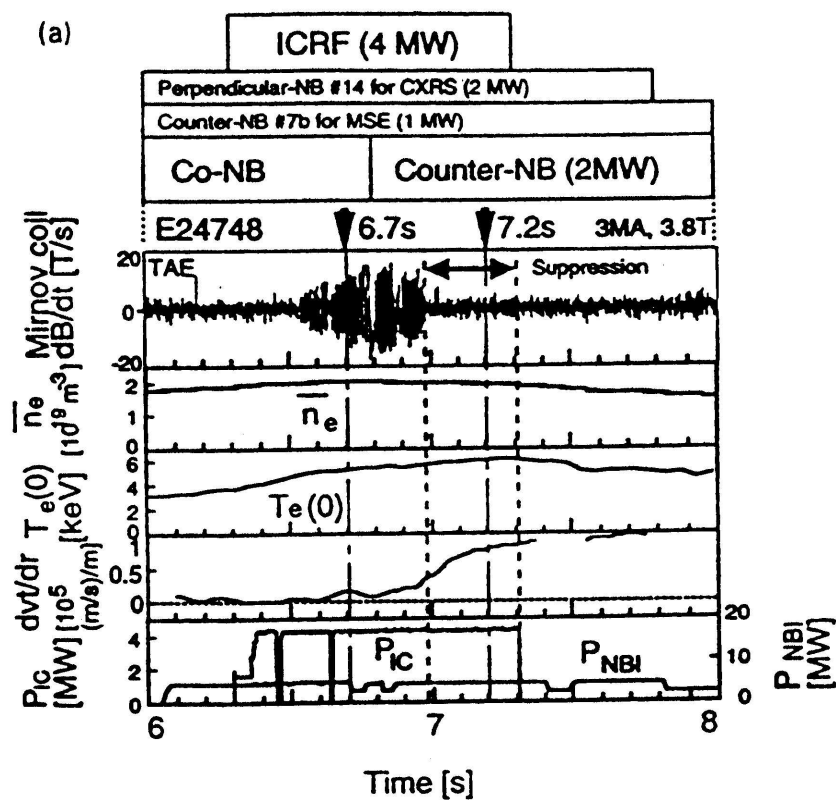
# TAE に対するトロイダル回転の効果

## JT-60U における実験結果

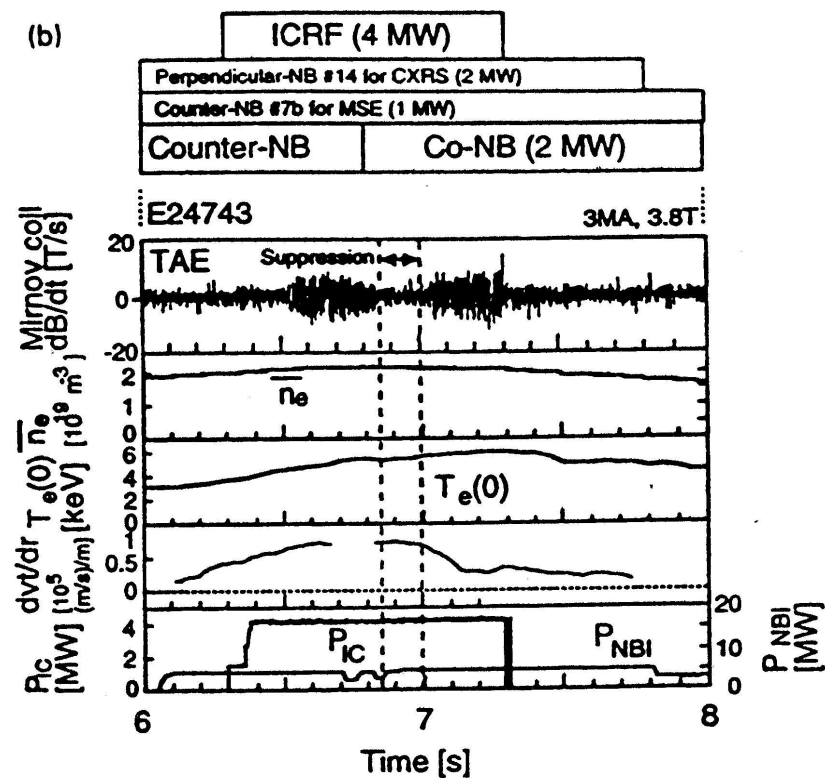
Ref. M. Saigusa et al., Nucl. Fusion, 37 (1997) 1559.

Co-NBI → Counter-NBI

Counter-NBI → Co-NBI



Counter-NBI: 安定化



Co-NBI: 不安定化

# トロイダル回転を含めたアルヴェン固有周波数

- 分散関係

$$\left(k_{\parallel m}^2 - \frac{(\omega - k_{\parallel m} u)^2}{v_A^2}\right) \left(k_{\parallel m+1}^2 - \frac{(\omega - k_{\parallel m+1} u)^2}{v_A^2}\right) - \epsilon^2 \frac{(\omega - k_{\parallel m} u)^2 (\omega - k_{\parallel m+1} u)^2}{v_A^4} = 0$$

- 磁力線方向の波数  $k_{\parallel m} = \frac{1}{R} \left(n + \frac{m}{q}\right)$

- トロイダル効果を含まない場合のアルヴェン共鳴条件

$$\omega^2 = k_{\parallel m}^2 (u \pm v_A)^2, \quad \omega^2 = k_{\parallel m+1}^2 (u \pm v_A)^2$$

- 周波数ギャップの現れる条件

$$k_{\parallel m} (u - v_A) = k_{\parallel m+1} (u + v_A)$$

- 周波数ギャップにおける安全係数:  $q_G$

$$q_G = -\frac{m + 1/2}{n} - \frac{1}{2n} \frac{u}{v_A}$$

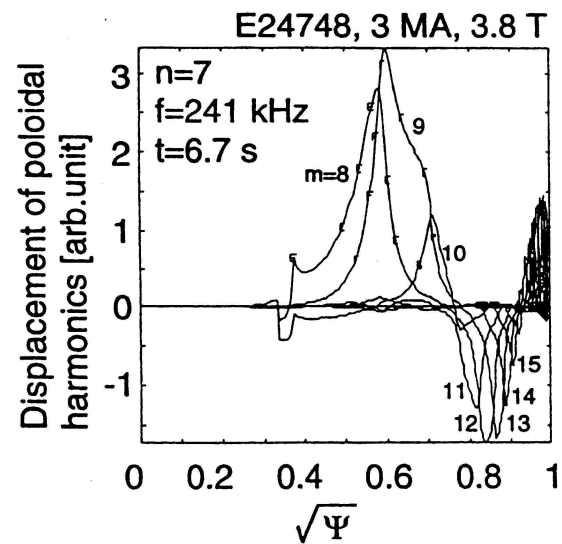
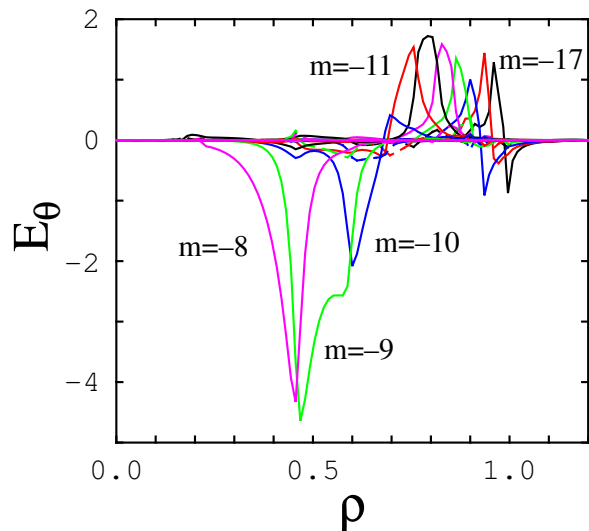
- TAE ギャップ中心周波数:  $u$  に関して2次関数,  $q_G$  の  $u$  依存性

$$\omega_G = \frac{v_A}{2q_G R} \left(1 - \frac{u^2}{v_A^2}\right)$$

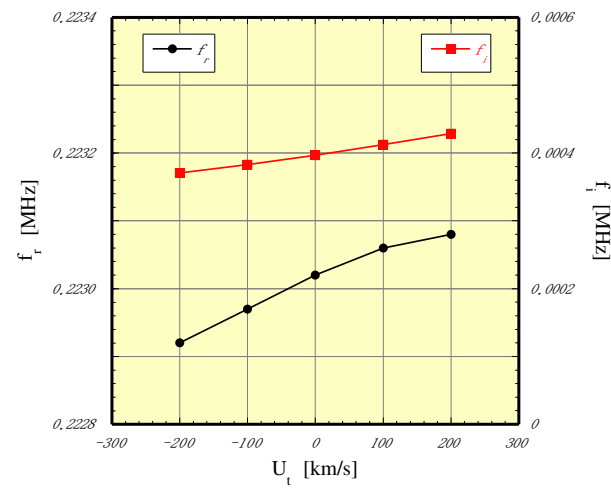
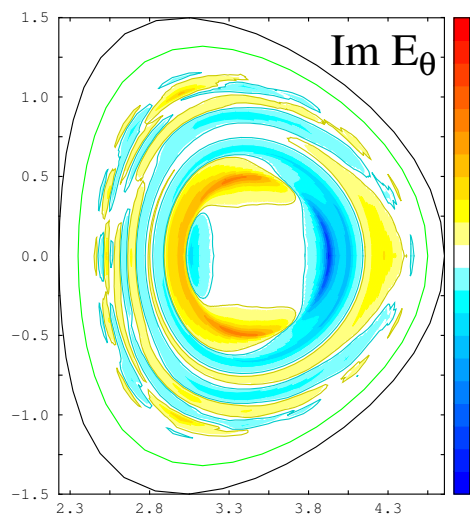
# $n = 7$ モードに対するトロイダル回転の効果

- $n = 7, m = -17 \sim -3, f = 223$  kHz

モード形状は Nova-K の結果と一致

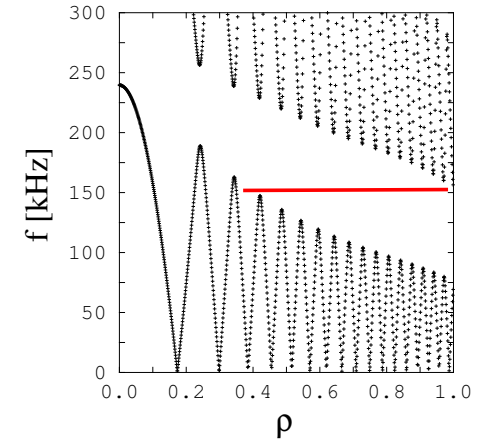
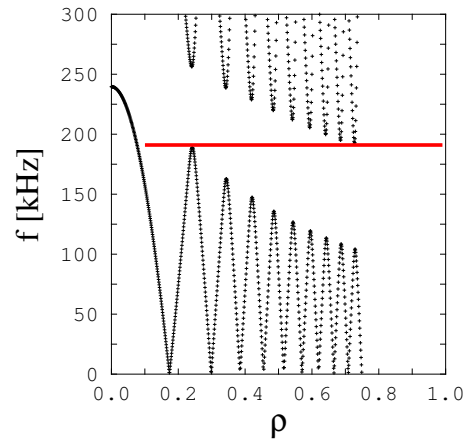


- 回転速度依存性：順方向回転による安定化（実験とは逆）

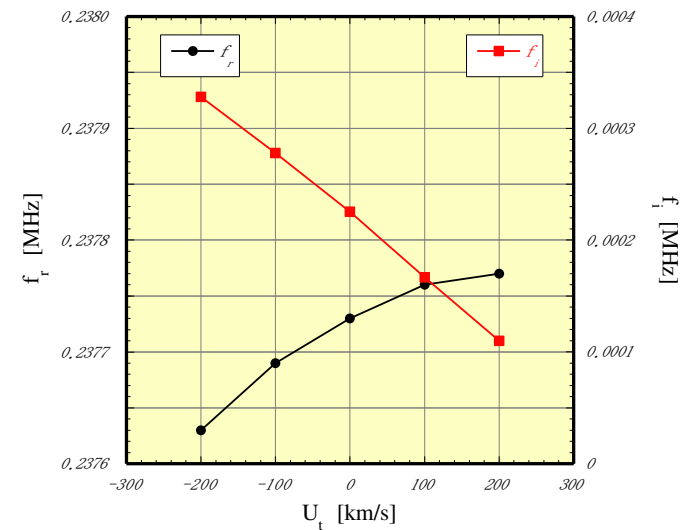
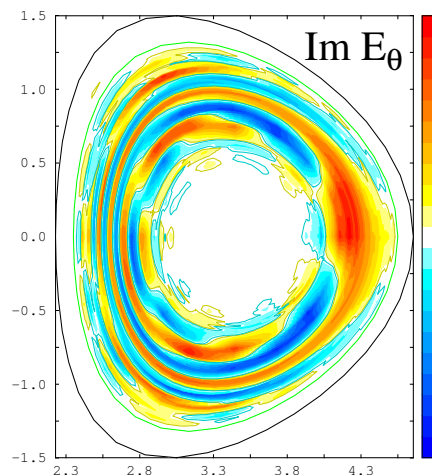
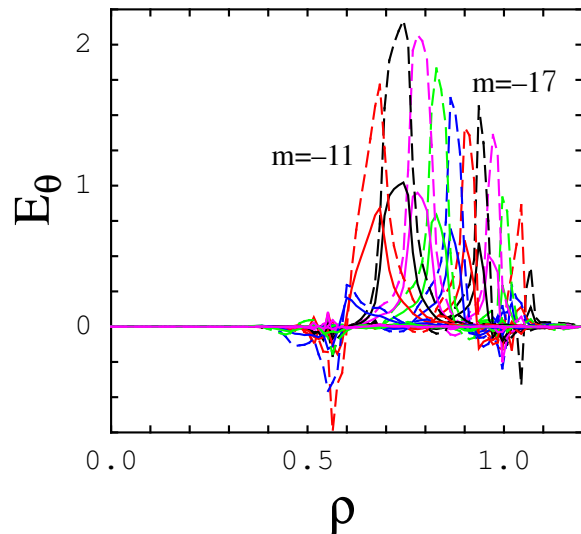


# $n = 7$ モード : ポロイダルモード 範囲の効果

- アルヴェン周波数の半径依存性  $m = -17 \sim -3$        $m = -21 \sim -7$



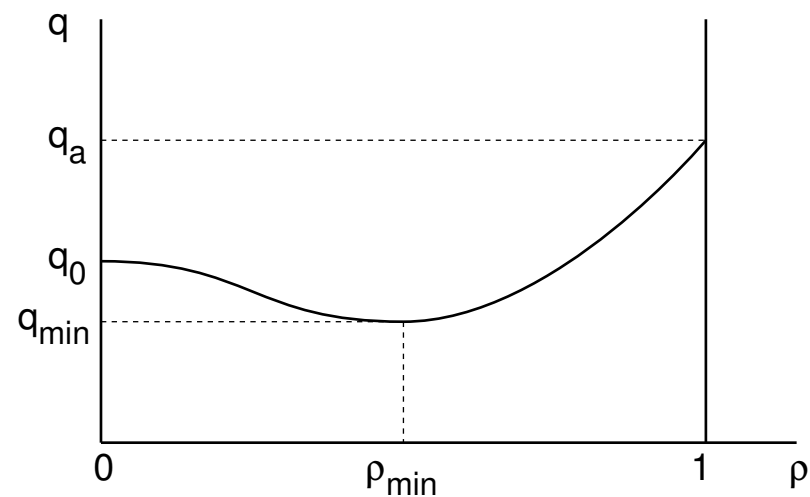
- $n = 7, m = -21 \sim -7, f = 238$  kHz : 逆方向回転による安定化 ( 実験と一致 )



# 負磁気シア配位における TAE の解析

## プラズマのパラメータ

仮定された  $q$  分布

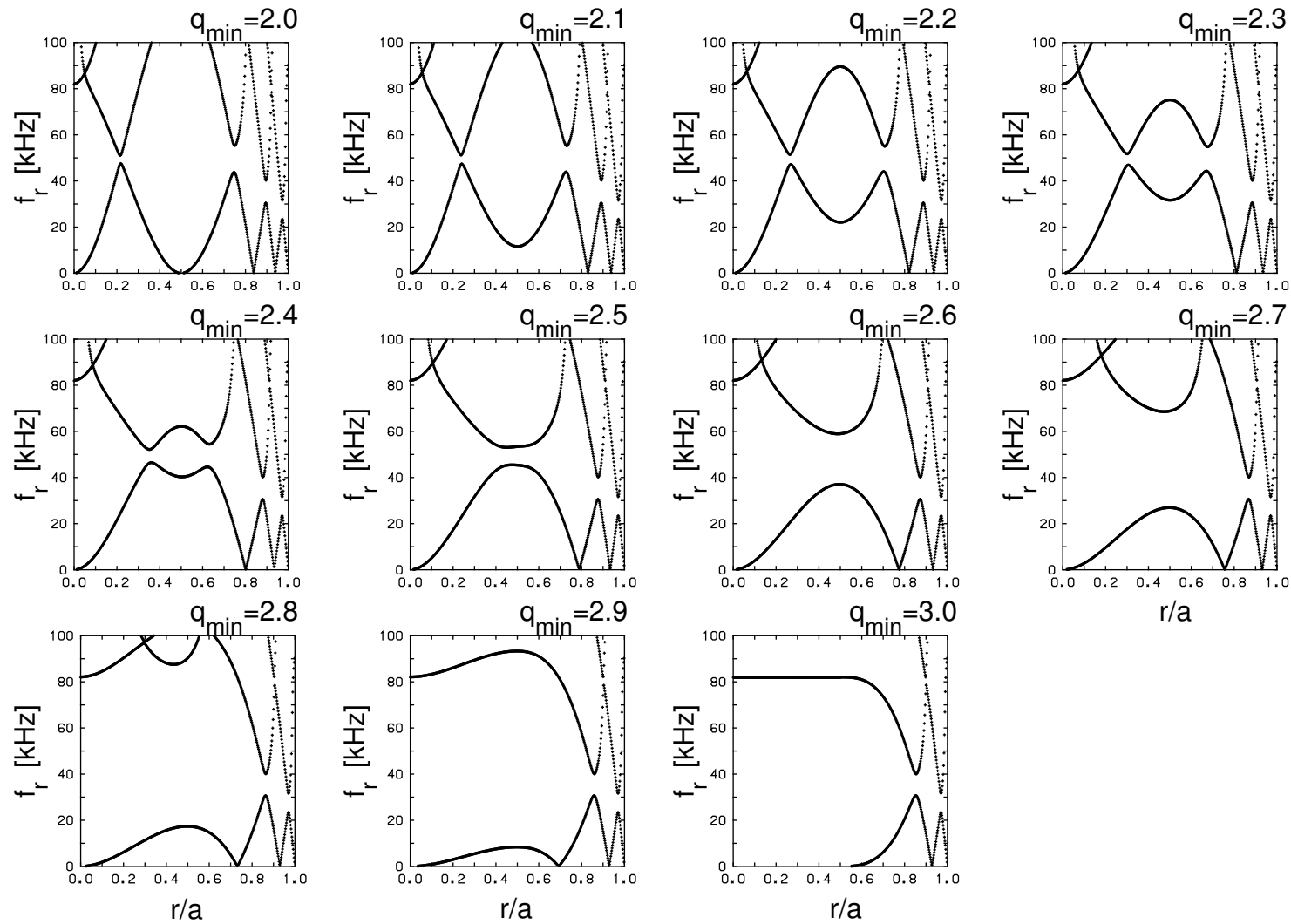


Major Radius	$R_0$	3 m
Minor Radius	$a$	1 m
Wall Radius	$b$	1.2 m
Toroidal Magnetic Field	$B_0$	3 T
Center Electron Density	$n_e(0)$	$10^{20} \text{ m}^{-3}$
Edge Electron Density	$n_e(a)$	$10^{20} \text{ m}^{-3}$
Central Temperature	$T(0)$	3 keV
Edge Temperature	$T(a)$	3 keV
Ion Species		Deuterium
Central Safety Factor	$q(0)$	3
Edge Safety Factor	$q(a)$	5
Toroidal Mode Number	$n$	1
$q$ -Minimum Radius	$\rho_{\min}$	0.5

- **RSAE**: Reversed-shear-induced Alfvén Eigenmode

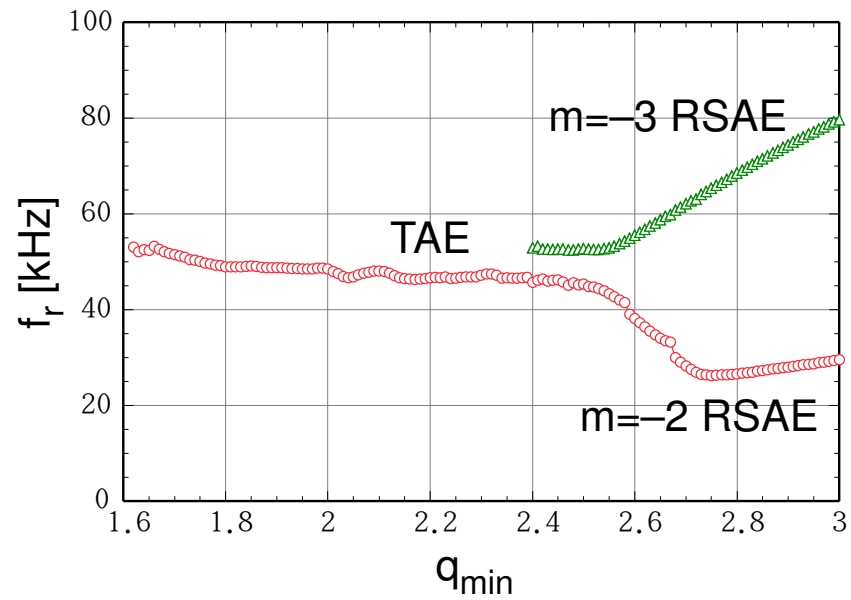


# アルヴェン周波数の径方向分布の $q_{\min}$ 依存性

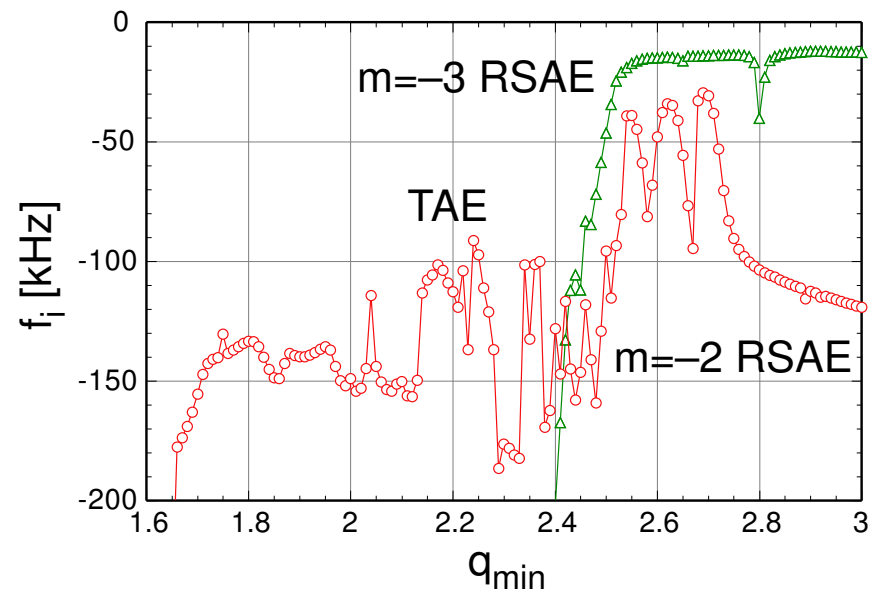


# 固有周波数と減衰率の $q_{\min}$ 依存性

固有周波数

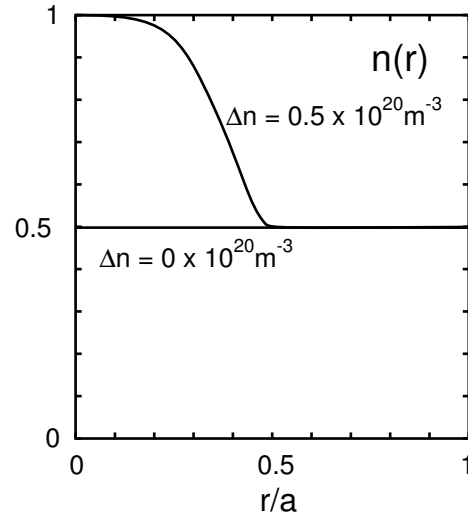


— 減衰率



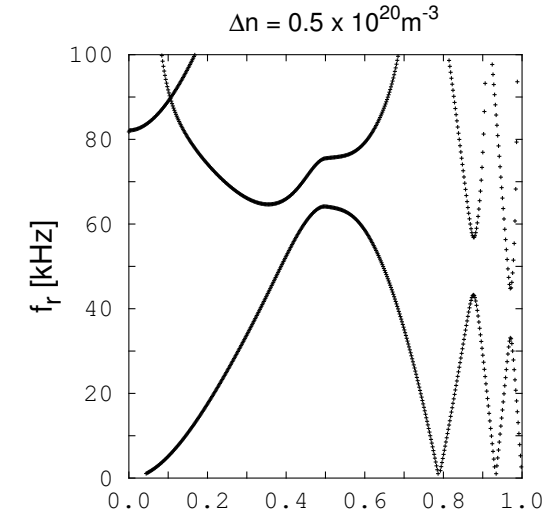
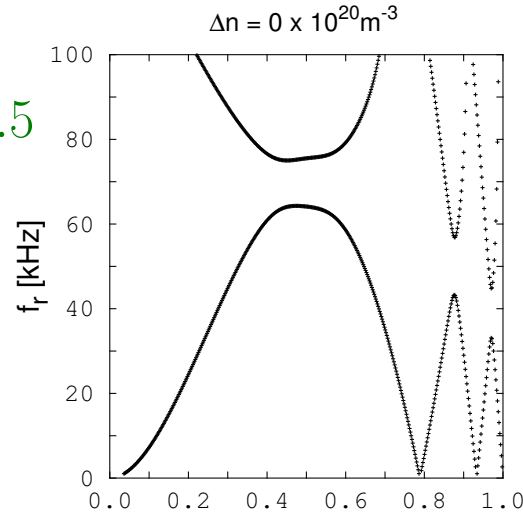
# RSAE に対する急峻密度勾配の効果

## 仮定された密度分布

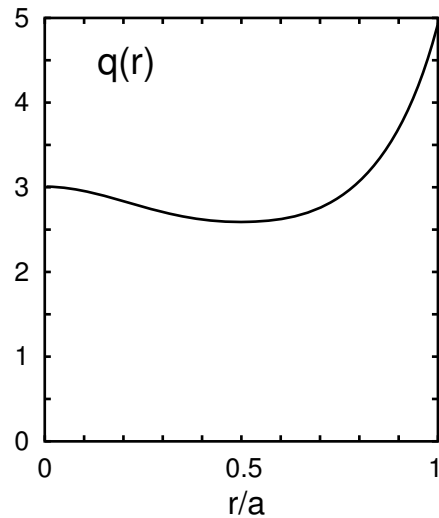


## アルヴェン固有周波数

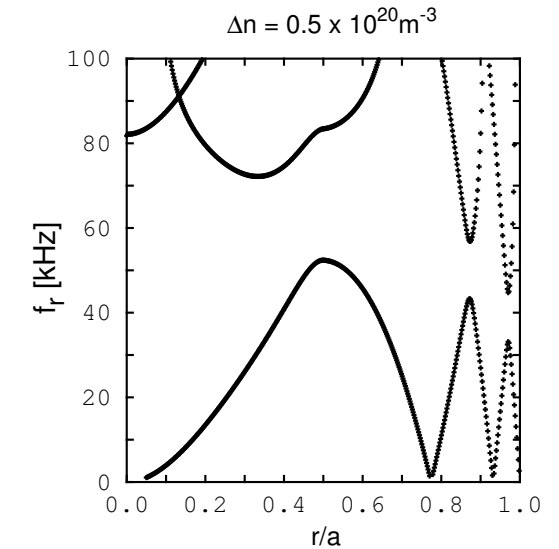
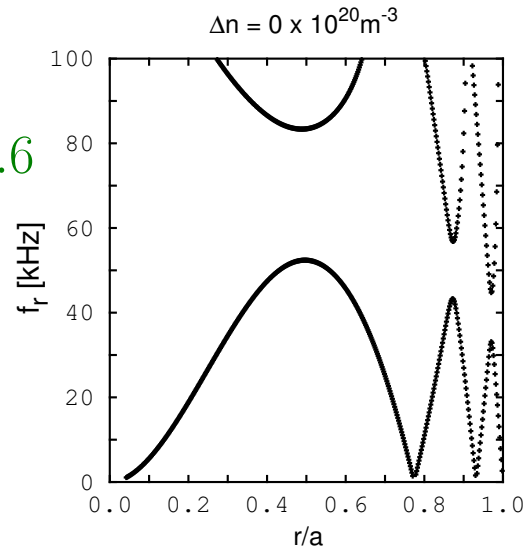
$$q_{\min} = 2.5$$



## 仮定された $q$ 分布

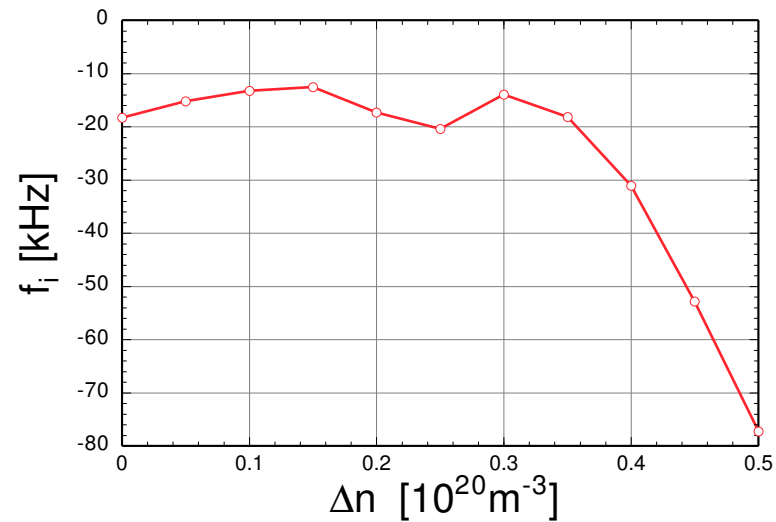
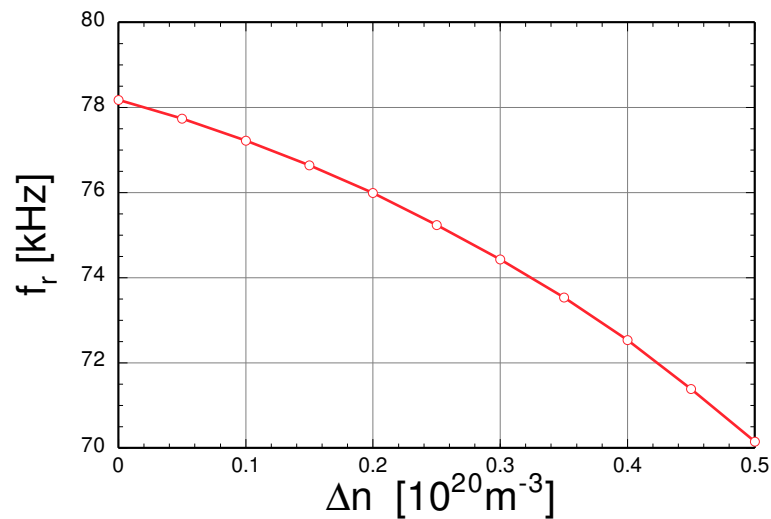


$$q_{\min} = 2.6$$

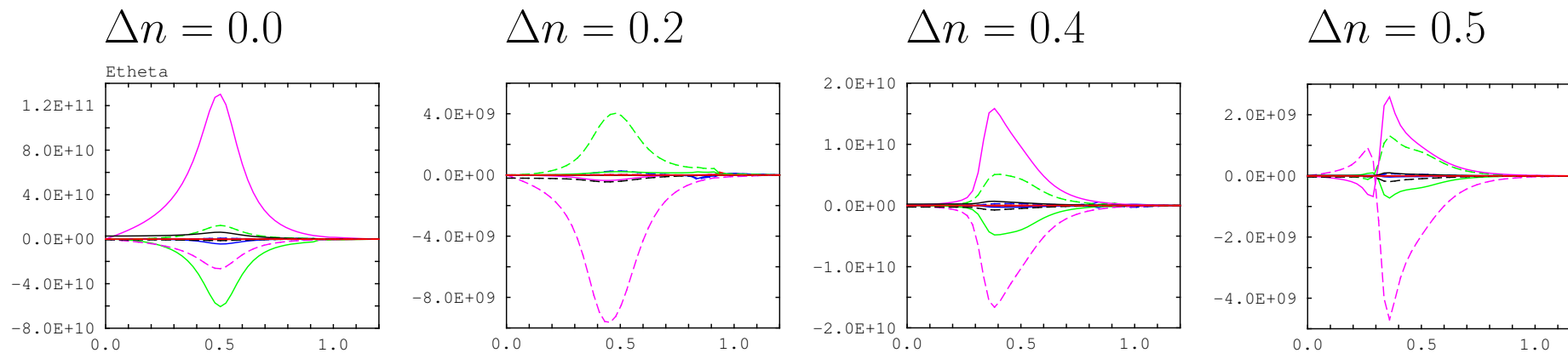


# 固有関数と減衰率

## 固有周波数と減衰率



## 固有関数

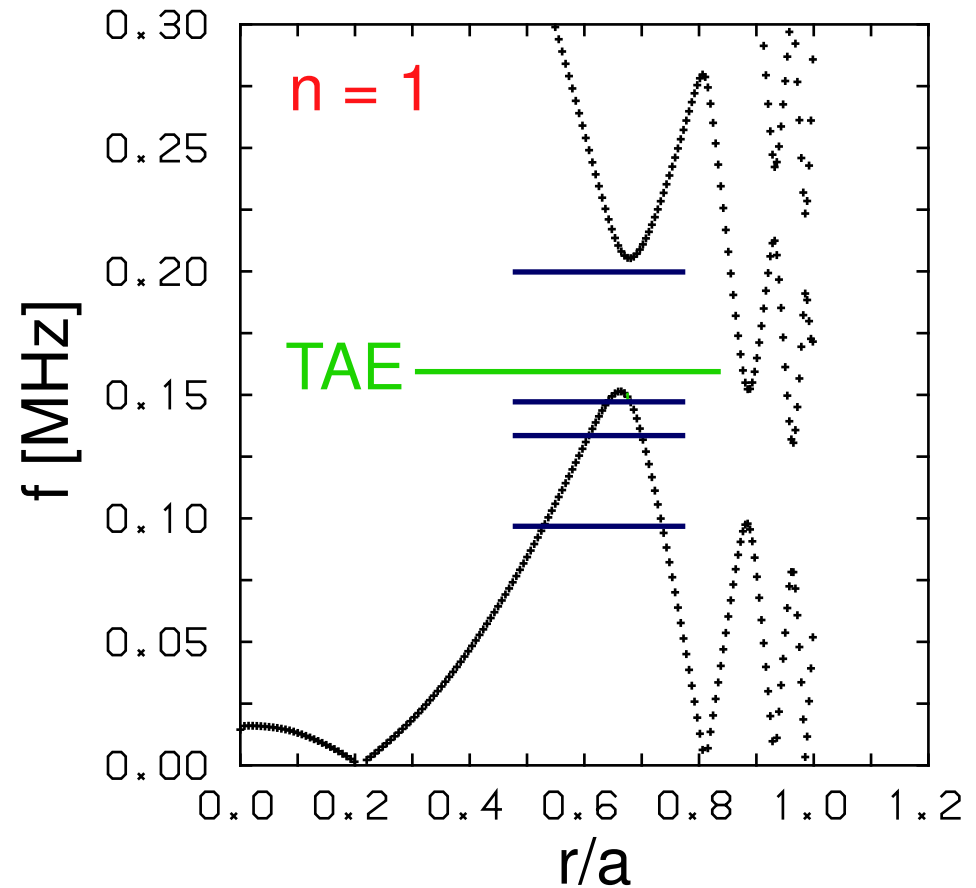


# 周波数ギャップより低い周波数のアルヴェン固有モード

## プラズマのパラメータ

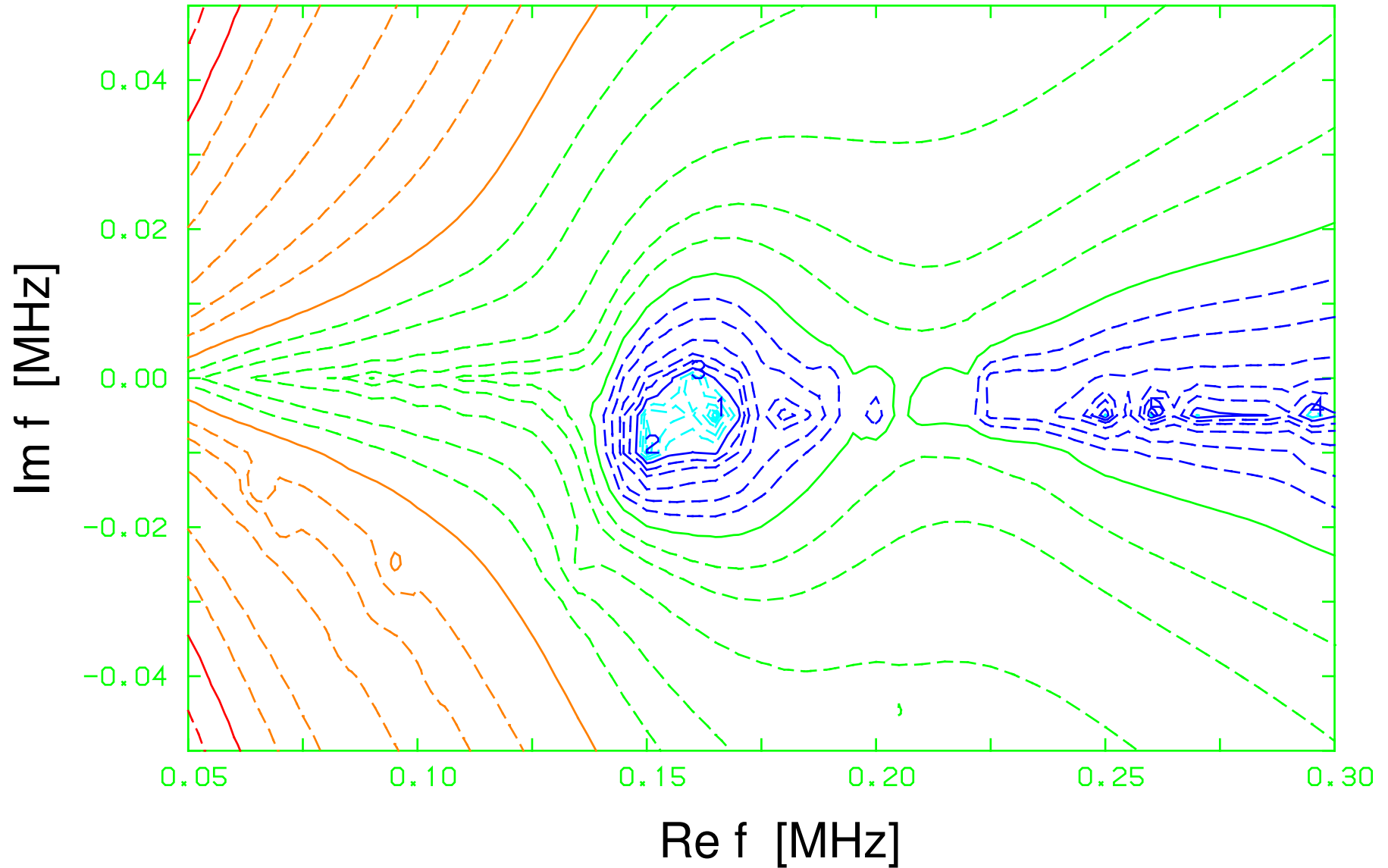
$R$	3.5016 m
$a$	0.9837 m
$\kappa$	.2810
$\delta$	0.3098
$b/a$	1.1
$B_0$	3.3119 T
$I_p$	1.6945 MA
$n_e(0)$	$0.2356 \cdot 10^{20} \text{m}^{-3}$
$n_e(a)$	$0.05 \cdot 10^{20} \text{m}^{-3}$
$T_e(0)$	4.1 keV
$T_e(a)$	0.8 keV
$T_D(0)$	3.7 keV
$T_D(a)$	0.4 keV

## アルヴェン周波数の径方向分布

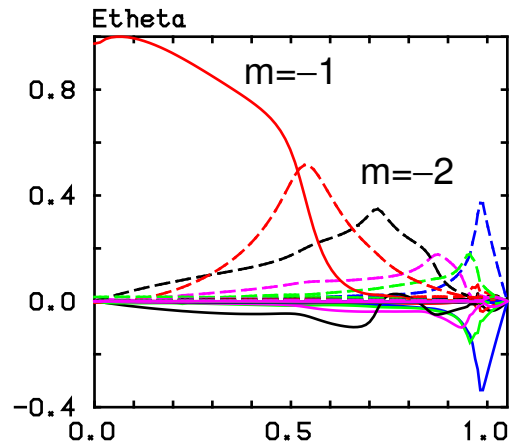


# アルヴェン固有モードの複素固有周波数

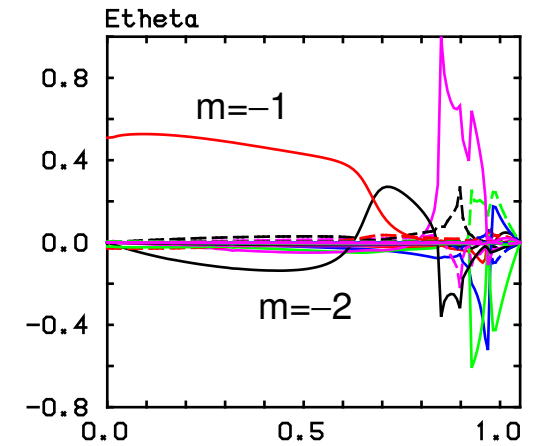
## 揺動振幅の複素周波数依存性



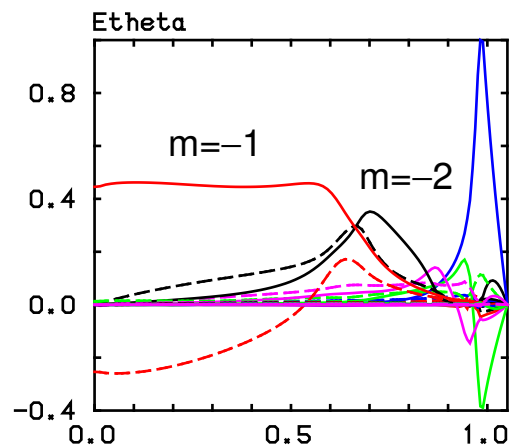
# アルヴェン固有モードの径方向空間構造 ( $n = 1$ )



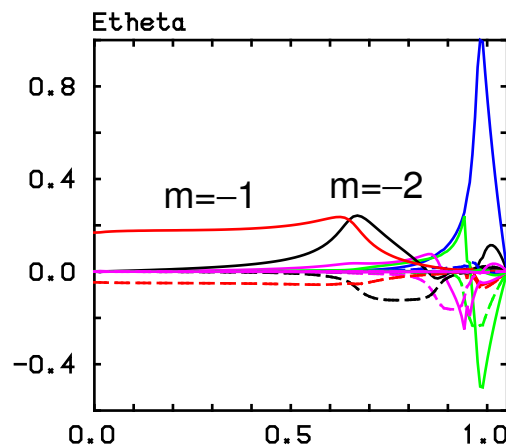
$$f_r = 97.0 \text{ kHz}$$
$$f_i = -23.6 \text{ kHz}$$



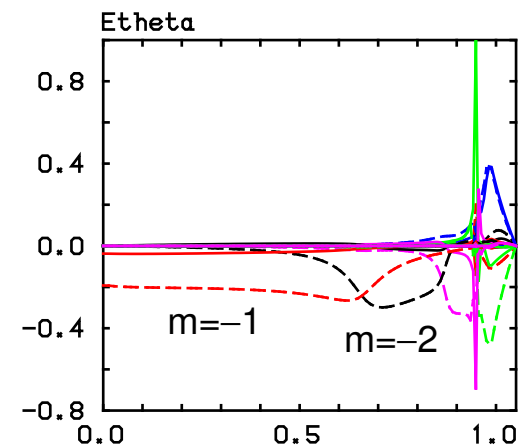
$$f_r = 199.4 \text{ kHz}$$
$$f_i = -3.37 \text{ kHz}$$



$$f_r = 136.4 \text{ kHz}$$
$$f_i = -24.1 \text{ kHz}$$



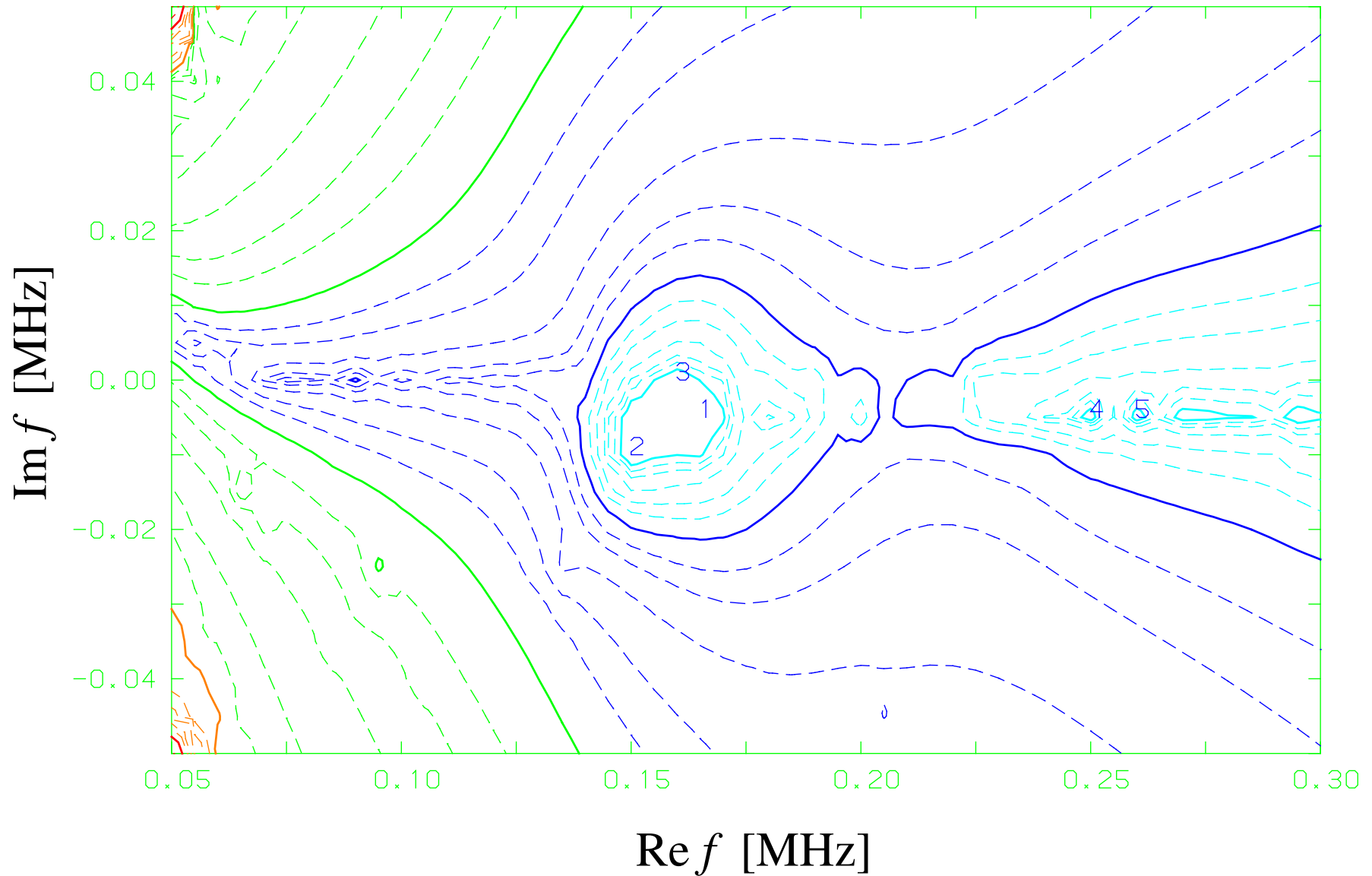
$$f_r = 149.8 \text{ kHz}$$
$$f_i = -8.12 \text{ kHz}$$



$$f_r = 164.3 \text{ kHz}$$
$$f_i = -5.08 \text{ kHz}$$

# 高速イオン励起を含めた場合の複素固有モード周波数

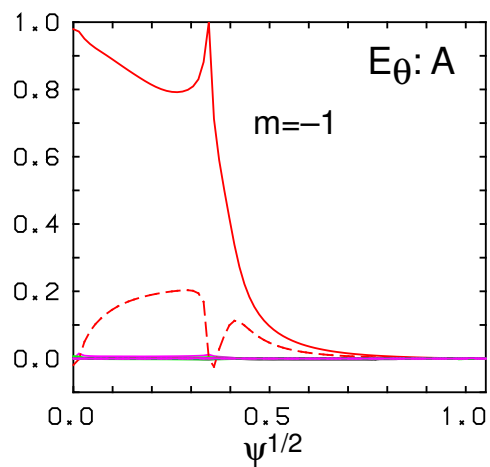
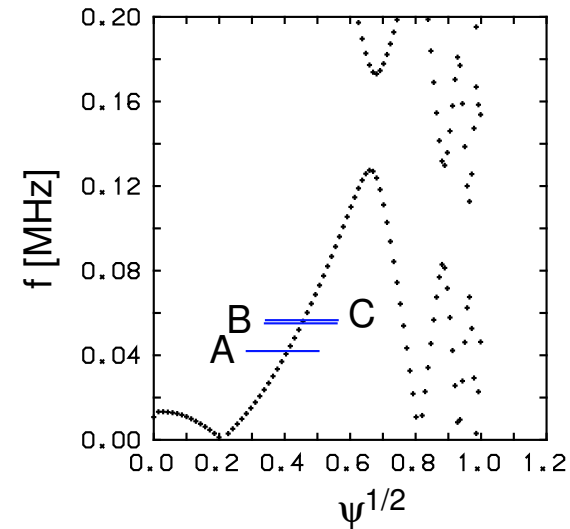
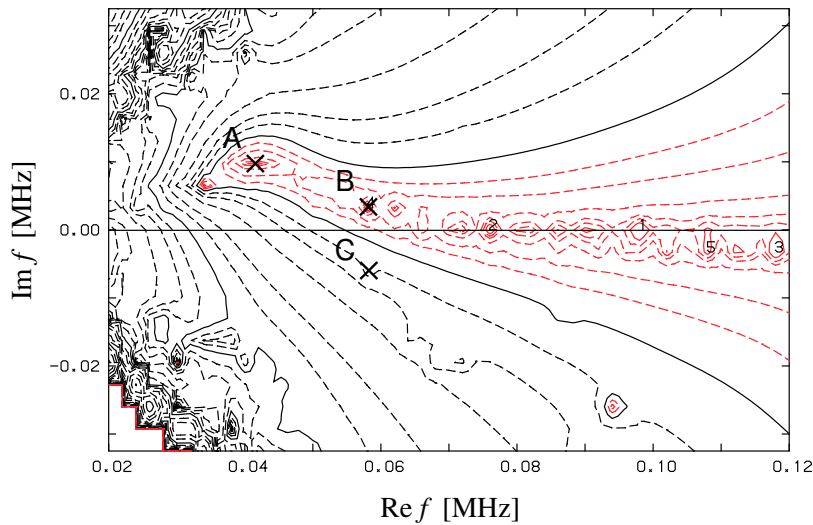
- $n_{F0} = 2 \times 10^{17} \text{ m}^{-3}$ ,  $T_B = 500 \text{ keV}$ ,  $L_{nB} = 0.5 \text{ m}$





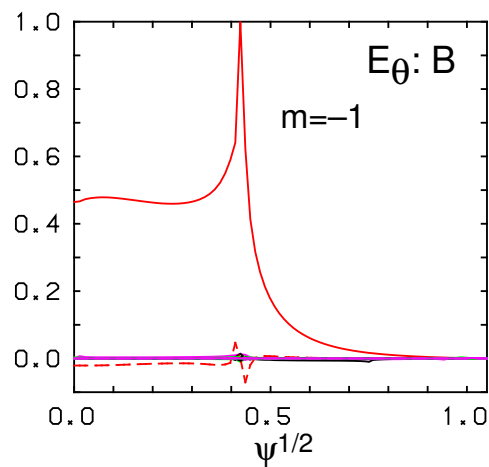
# 高速イオンによって励起されるアルヴェン固有モード

- $n_{F0} = 2 \times 10^{17} \text{ m}^{-3}$ ,  $T_F = 500 \text{ keV}$ ,  $L_{nF} = 0.5 \text{ m}$ ,  $n = 1$



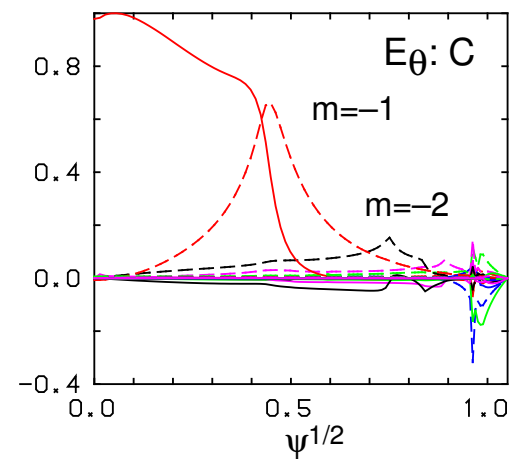
$$f_r = 41.8 \text{ kHz}$$

$$f_i = 8.1 \text{ kHz}$$



$$f_r = 57.7 \text{ kHz}$$

$$f_i = 3.6 \text{ kHz}$$

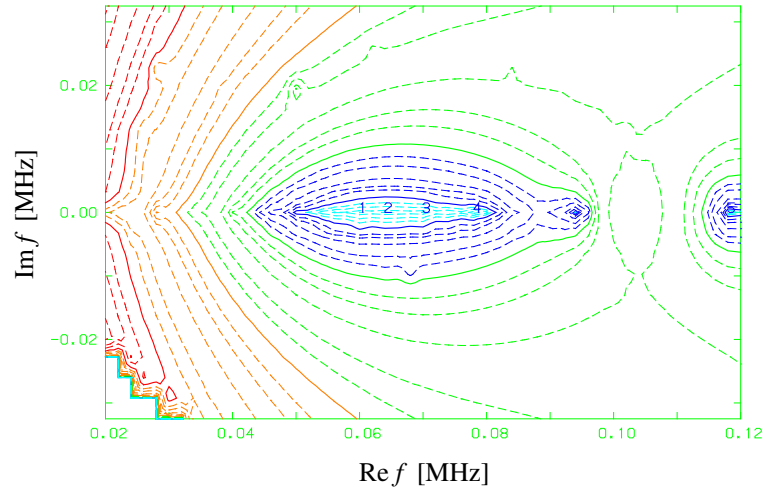


$$f_r = 58.0 \text{ kHz}$$

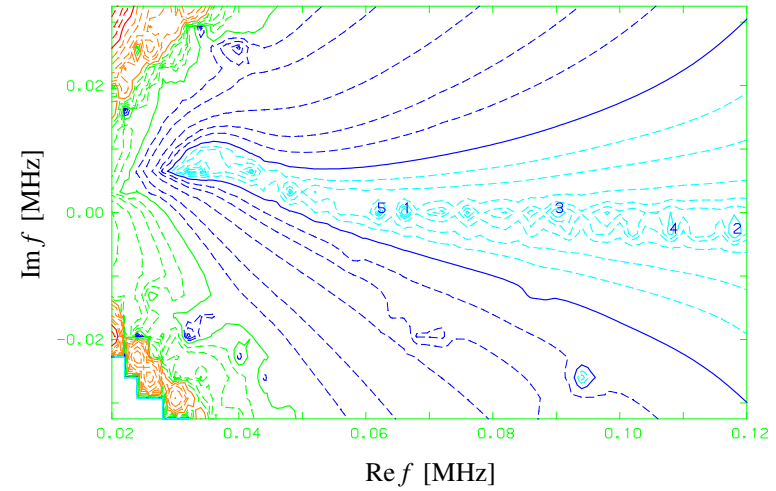
$$f_i = -6.0 \text{ kHz}$$

# モード構造のパラメータ依存性

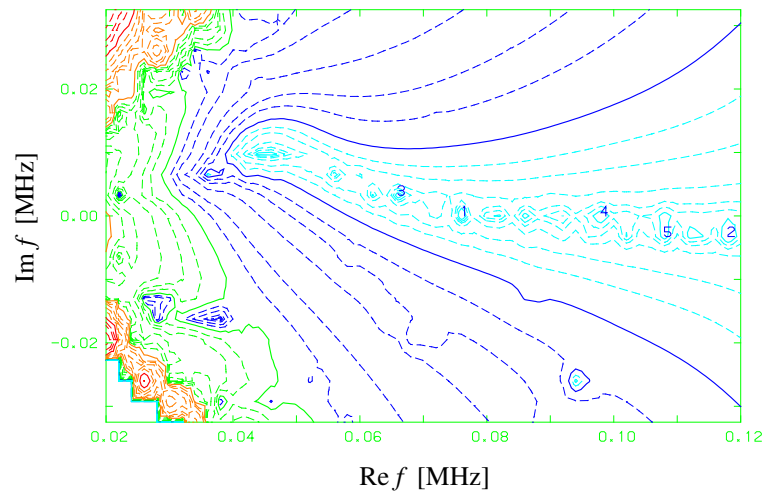
$$n_{F0} = 0 \times 10^{17} \text{ m}^{-3}, T_B = 0.5 \text{ MeV}$$



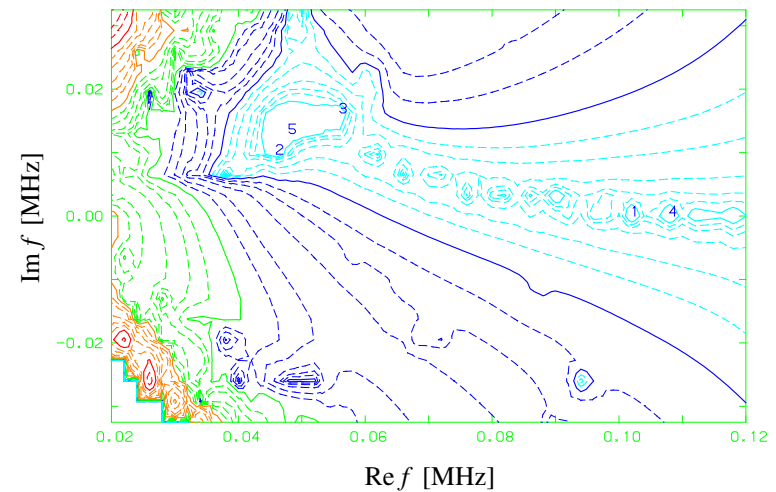
$$n_{F0} = 1 \times 10^{17} \text{ m}^{-3}, T_B = 0.5 \text{ MeV}$$



$$n_{F0} = 3 \times 10^{17} \text{ m}^{-3}, T_B = 0.5 \text{ MeV}$$



$$n_{F0} = 1 \times 10^{17} \text{ m}^{-3}, T_B = 1 \text{ MeV}$$



## まとめ

---

- トカマクプラズマにおけるアルヴェン固有モードの線形安定性を3次元波動伝播解析コード ( TASK/WM ) を用いて解析した。
- プラズマのトロイダル回転は、主に周波数ギャップ位置とその位置での安全係数の変化を通して TAE の固有周波数に影響を与える。順方向回転による不安定化は JT-60U における実験結果と一致する。その安定化はプラズマ表面近くのアルヴェン共鳴に起因する。
- 負磁気シア配位では、単一のトロイダルモード番号をもつ RSAE が不安定になる場合がある。その固有周波数は、周波数ギャップの下限に近く、 $q_{\min}$  の減少とともに急激に増加する。内部輸送障壁形成に伴う急峻な密度勾配は RSAE を安定化させる傾向がある。
- 周波数ギャップより低い固有周波数をもつ高速イオン励起モードのモード構造を調べた。異なる空間構造をもつ2種類のモードが存在することがわかった。
- **今後の課題**
  - 高速イオン励起モードの系統的解析
  - トロイダル配位におけるアルヴェン固有モードの解析
  - 粒子のドリフト運動と結合した低周波モードの運動論的解析