

プラズマ解析統合コード

福山 淳 (京大工)

内容

- 核燃焼プラズマ統合コード
- トロイダルプラズマ解析コード：**TASK**
- 高周波プラズマ生成解析コード：**PAF**
- 微積分方程式による波動伝播解析

核燃焼プラズマの定量的解析に向けて

- ITER に向けて、自律性の高い核燃焼プラズマの振る舞いを定量的に予測することが必要
 - プラズマ加熱の大部分が
 - α 粒子加熱：密度と温度に依存
 - プラズマ電流の多くが
 - 自発電流：圧力勾配とポロイダル磁界に依存
 - プラズマ中心部で
 - α 粒子生成：燃料イオン密度と温度に依存

核燃焼プラズマのシミュレーション

従来の大規模シミュレーション

非線形物理現象の解明に大きな成果

MHD不安定性, 乱流輸送現象, 波-プラズマ相互作用等
個々の現象を詳細に解析

核融合実験炉の実現に向けて
炉心プラズマの予測
制御手法の開発

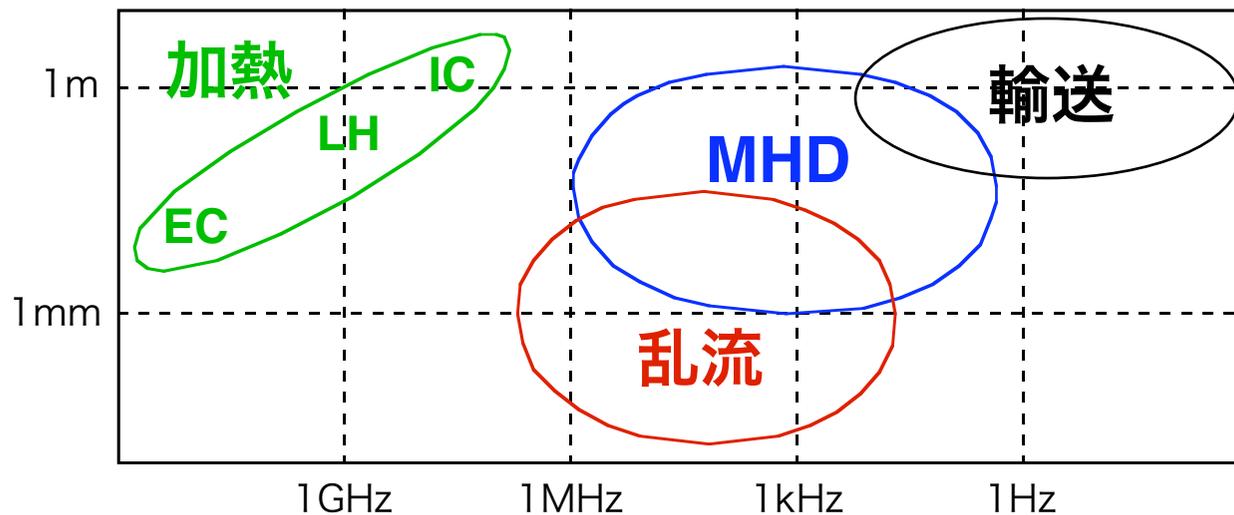
炉心プラズマ全体の
放電時間全体にわたる
自己完結的な時間発展シミュレーション

核燃焼プラズマ統合シミュレーションコードが必要

核燃焼プラズマ統合シミュレーション

広い時間スケール：100GHz から 1000s

広い空間スケール：10 μ m から10m



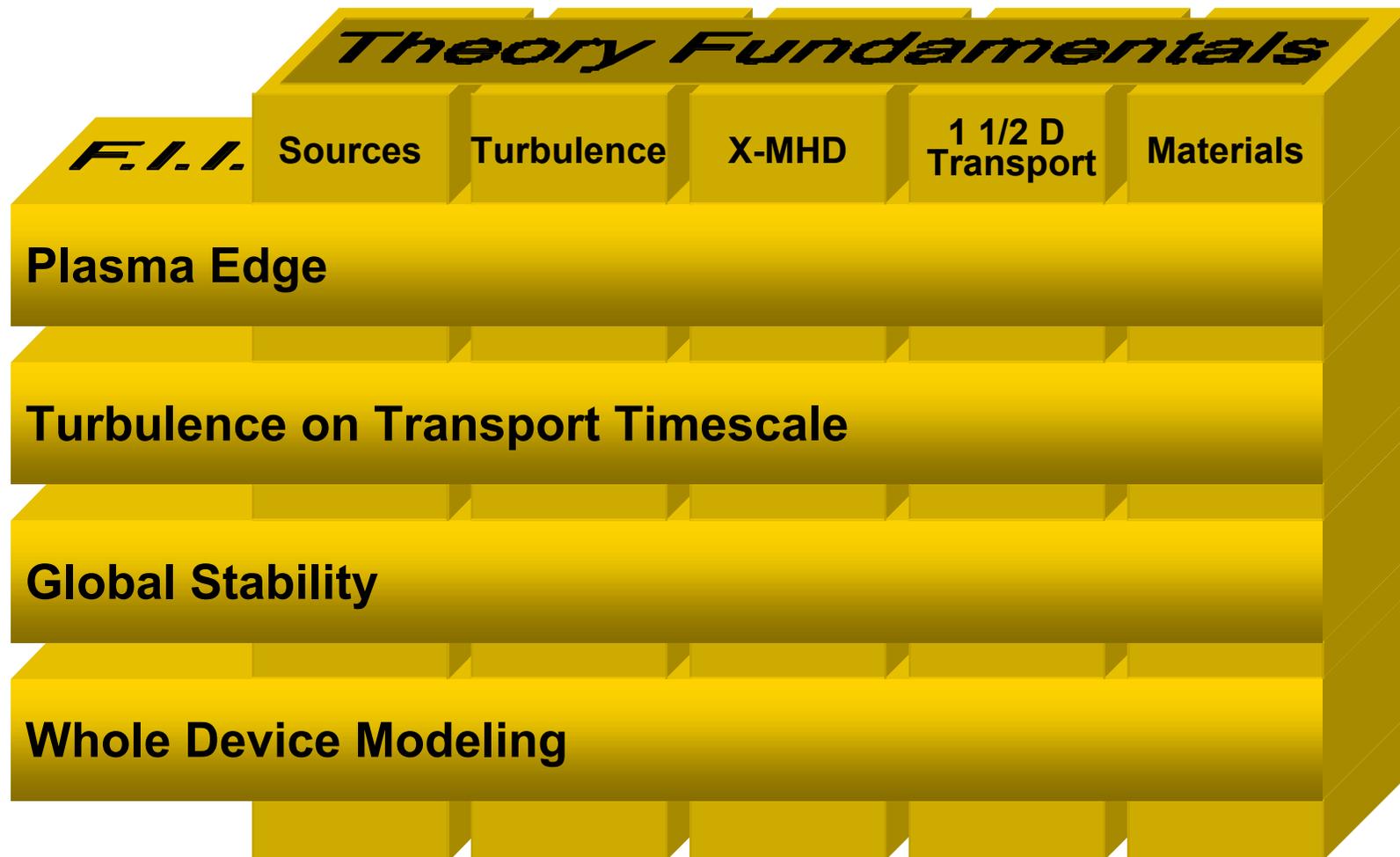
単一のシミュレーションコードでの解析は不可能
複数のコードを統合したシミュレーションが必要

米国・欧州の状況

- **米国** :
 - **NTCC** (National Transport Code Collaboration)
 - ・ 輸送コード, モジュールライブラリ
 - **SciDAC** (Scientific Discovery through Advanced Computing)
 - ・ Plasma Microturbulence Project
 - ・ Extended MHD Modeling
 - ・ Wave-Particle Interaction
 - ・ National Fusion Collaboratory
 - ・ Computational Atomic Physics
 - ・ Magnetic Reconnection
 - **Fusion Simulation Project**
- **欧州** :
 - **EFDA Task Force**
 - ・ Integrated Transport Modelling

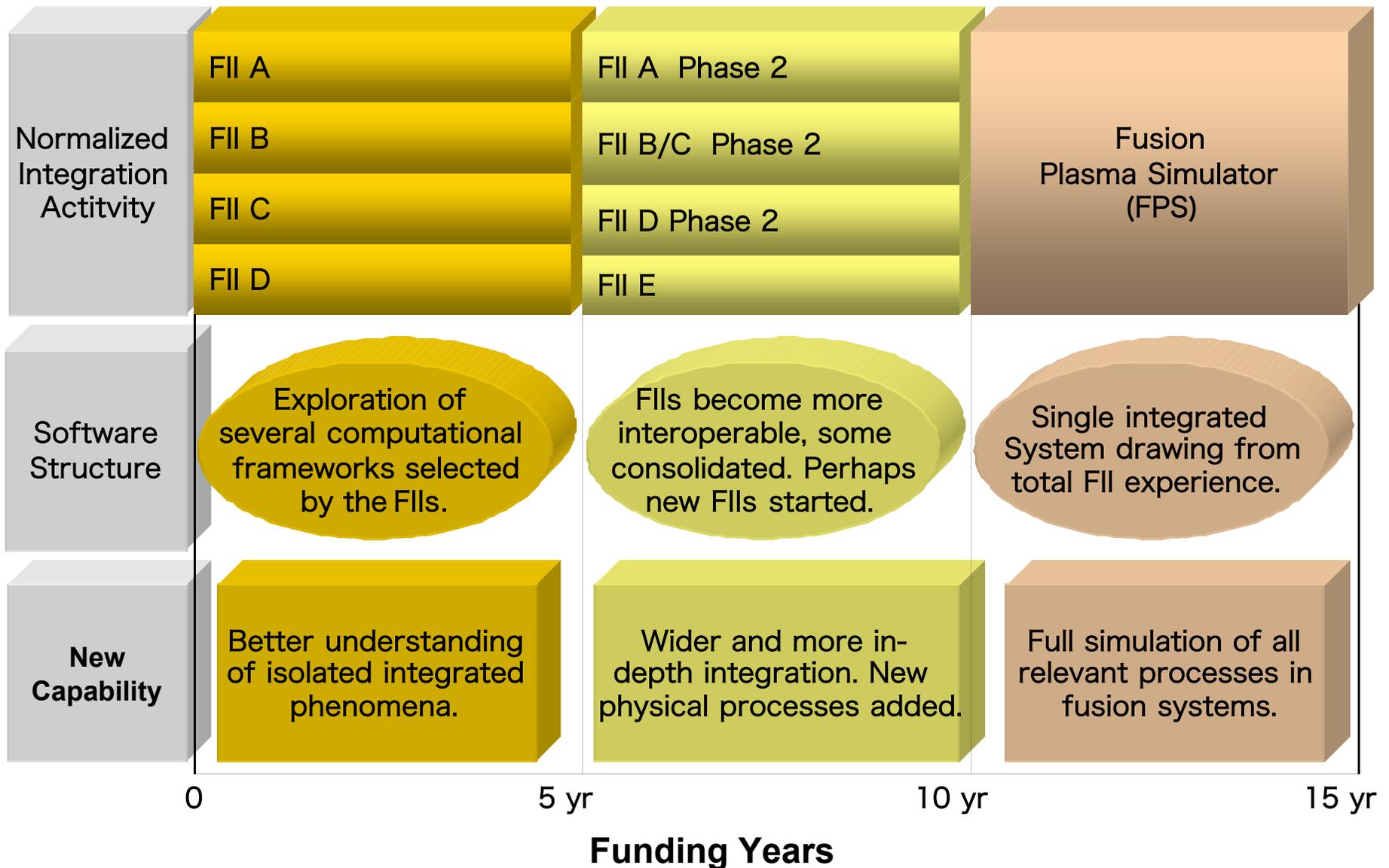
米国 FSP の主要課題

Focused Integration Initiatives are built from Fundamentals of varying complexity with selected algorithms using interoperable software



米国 FSP のロードマップ

We expect a 15 year timeline is required to produce the FPS



What does “integrated modelling” mean?

- **Physics Integration:**
 - Integration of MHD, transport, exhaust, energetic particle physics, etc
 - Need to foster interactions between different physics areas
- **Code Integration:**
 - Creating a set of validated, benchmarked codes
 - Standardised inputs/outputs to allow modules from different codes to be linked
- **Discipline Integration:**
 - Success of the TF relies on input from:
 - Theoreticians to build/improve the appropriate mathematical models
 - Modellers to construct efficient, accurate codes for the models
 - Experimentalists to provide data to validate models.
 - Involvement of each community will be important for the success of the TF

How will the work be organised? (1)

- We have organised the work into four “areas”
- **Area 1: Identification of codes and models**
 - Take an initial census of codes and classify them
 - Identify a number of integration projects to develop
 - Make recommendations for code/model development and documentation
- **Area 2: Interfacing procedure and numerical support**
 - Propose the global structure of integrated modelling
 - Develop the interfacing procedure
 - Identify a code version handling procedure
 - Make recommendations for language, libraries, etc
 - Develop the necessary numerical tools
 - Evaluate the present numerical expertise and hardware within EFDA

How will the work be organised? (2)

- **Area 3: Code validation and benchmarking**
 - Determine the validation process (the procedure and documentation)
 - Develop an appropriate database for the validation procedure
 - Make recommendations for validation experiments
 - Provide a priority list for code integration (common task with Area 1)
 - This process will provide/test physics understanding for existing data
- **Area 4: ITER integrated scenario activity**
 - Not yet activated (later in 2004)
 - Aim is to provide an assessment of ITER scenarios
 - Will support ITER scenario development in existing devices

核燃焼プラズマ統合コード構想の目的

- なるべく多くの考え方を取り入れる
 - 核燃焼プラズマ全体の時間発展を解析できる
 - ・ 実験データとの比較による検証
 - ・ 核燃焼プラズマの予測
 - ・ 運転シナリオの最適化
 - ITPAで欧米に対抗できる
 - 新しい理論モデルを容易に検証できる
 - 実験家が容易に利用できる
 - ヘリカル系にも拡張できる
 - 並列分散処理により高速化できる
- これから数年で成果

核燃焼プラズマ統合コード構想

統合コード：フレームワーク

コアコードの開発・整備・公開

既存解析コードとの連携：インターフェース仕様の共通化

実験データベースとの連携：ITPA, JT-60, LHD, 中小型装置

新しい物理モデル：階層型物理モデル

時間スケールの異なる現象の間の相互作用

異なる空間領域の間の相互作用：コア \leftrightarrow 周辺プラズマ

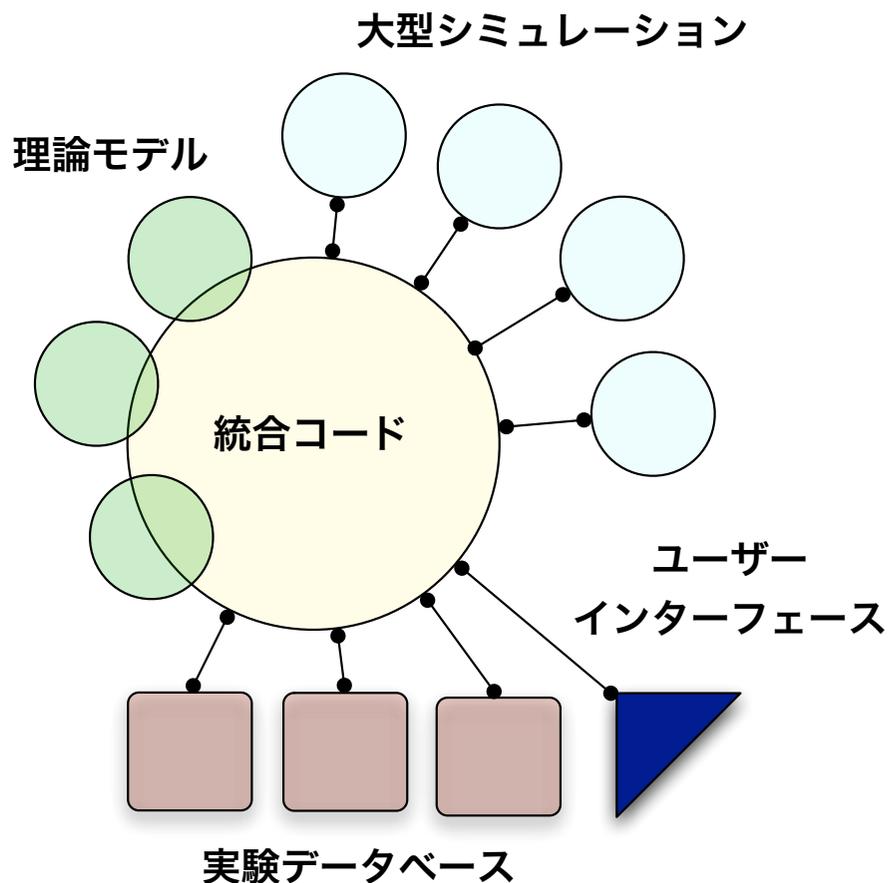
新しい計算手法：ネットワーク分散並列処理

計算機クラスター間の連携：計算資源の有効利用

図形表示の高度化

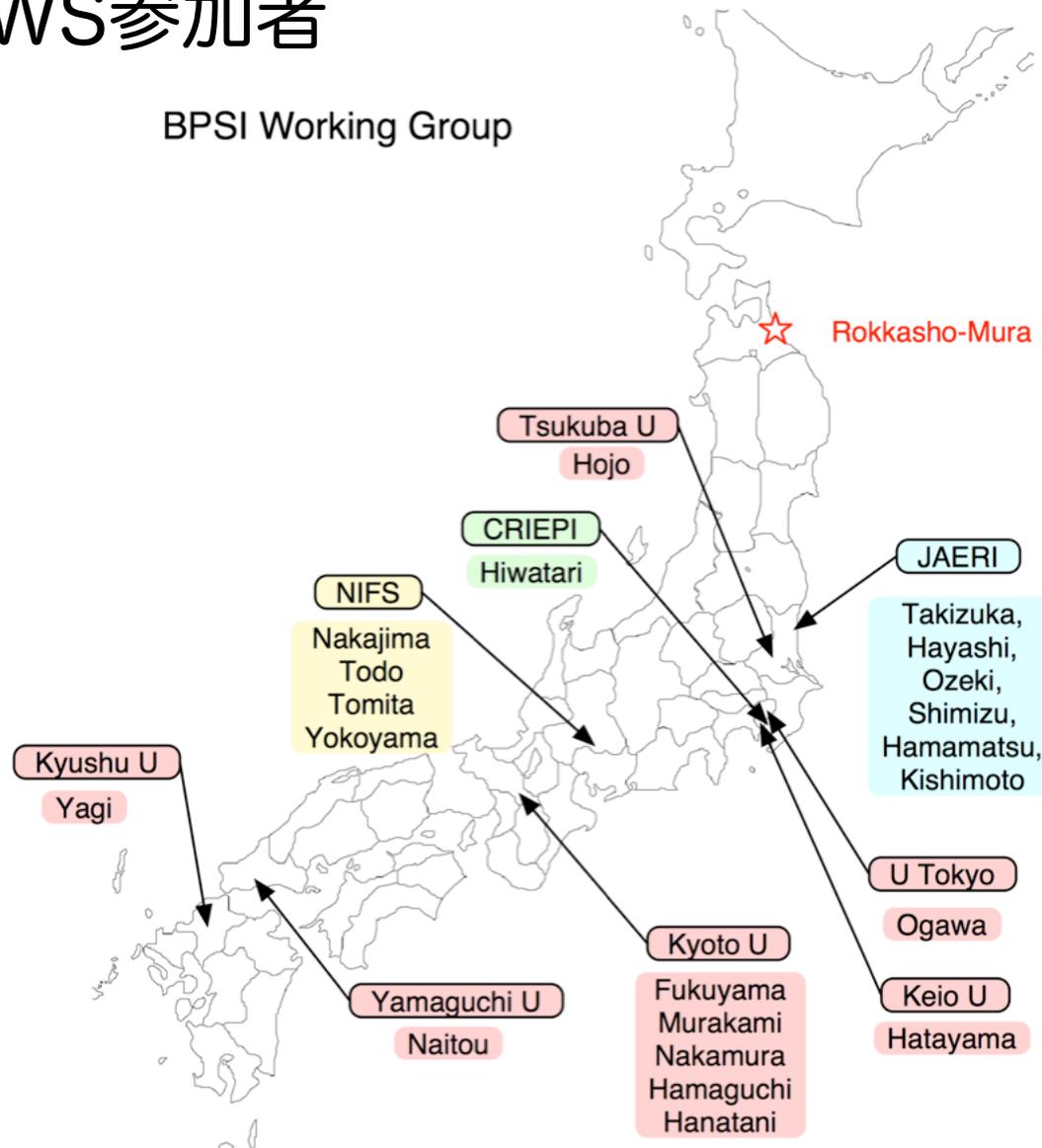
核燃焼プラズマ統合コード

- 理論モデルの導入
- 大型シミュレーションとの連携
- 実験データベースとの比較による検証



核燃焼プラズマ統合コード構想

- 大学, NIFS, JAERI の協力
- 日米WS参加者



TASK コードの特色

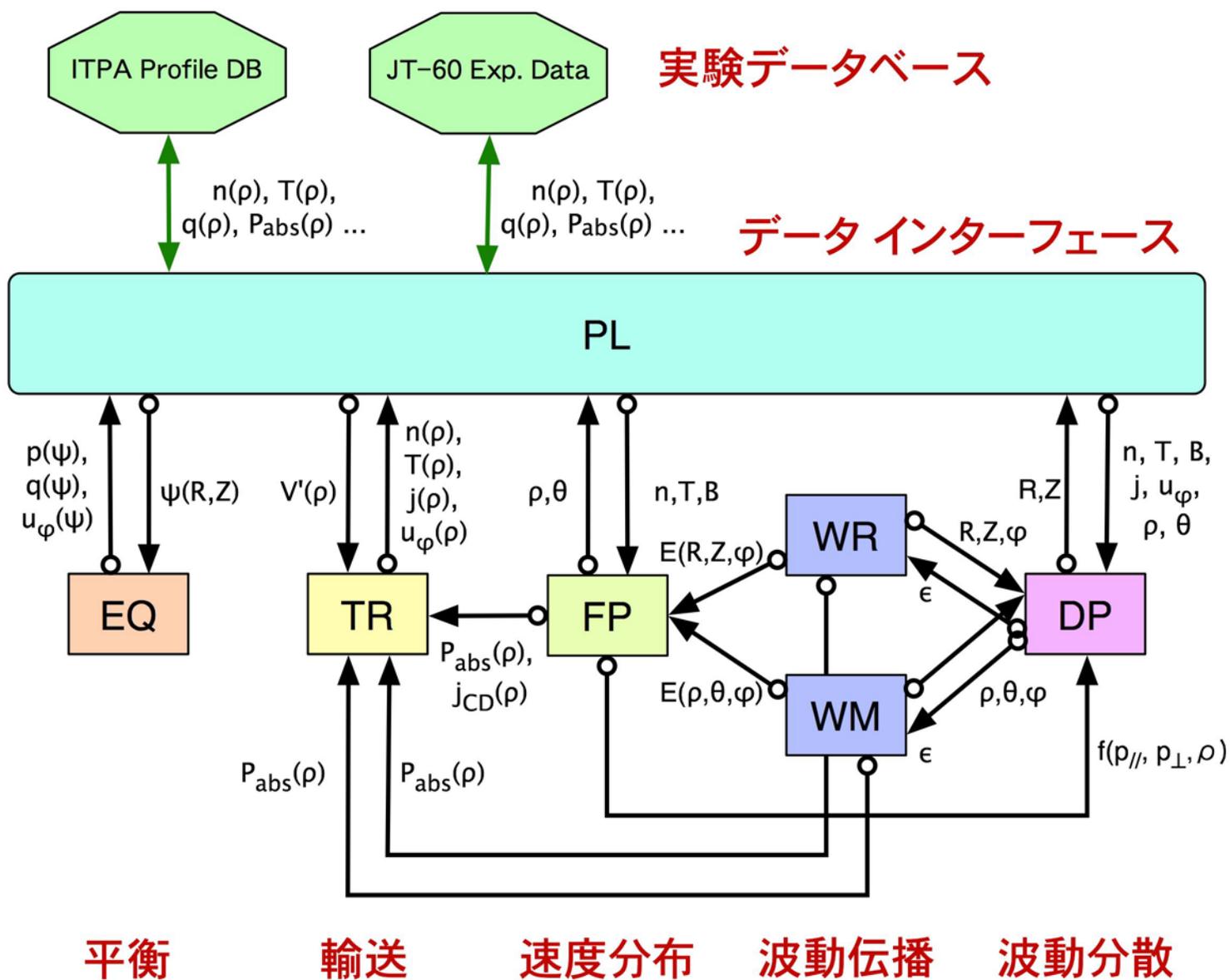
- トカマクの時間発展シミュレーション
 - モジュール構造の統合シミュレーション
 - 様々な加熱・電流駆動機構
 - 高い移植性
 - ヘリカル系への拡張
 - MPI ライブラリを用いた並列分散処理
 - 実験データベースの利用
- 核燃焼プラズマ統合コード構想のコアコード
 - 最小限の統合コード：モジュールは交換可能
 - インターフェースの標準化：実装の検証
 - 利用者の拡大：マニュアル等の整備

TASK コード

- Transport Analyzing System for tokamak
- モジュール

TASK/EQ	2次元平衡解析	固定境界, トロイダル回転効果
TR	1次元輸送解析	拡散型輸送方程式, 輸送モデル
TX	1次元輸送解析	流体型輸送方程式, 輸送モデル
WR	幾何光学的波動解析	EC, LH: 光線追跡法, ビーム追跡法
WM	波動光学的波動解析	IC, AW: アンテナ励起, 固有モード
FP	速度分布解析	相対論的, 軌道平均, 3次元
DP	波動分散解析	局所誘電率テンソル, 任意速度分布
LIB	共通ライブラリ	行列解法, 特殊関数
PL	分布データ変換	磁気面座標 ↔ 実座標, 分布データベース

TASK コードの構成



波動分散解析：TASK/DP

- 誘電率テンソルのさまざまなモデル: (利用可能, 開発中)
 - 抵抗性 MHD モデル
 - 衝突を含めた冷たいプラズマモデル
 - 衝突を含めた暖かいプラズマモデル
 - 運動論的プラズマモデル (Maxwellian, 非相対論的)
 - 運動論的プラズマモデル (Maxwellian, 相対論的)
 - 運動論的プラズマモデル (任意速度分布, 非相対論的)
 - 運動論的プラズマモデル (任意速度分布, 相対論的)
 - ジャイロ運動論的プラズマモデル (Maxwellian, 非相対論)
 - ジャイロ運動論的プラズマモデル (任意速度分布, 非相対論的)
- 入力パラメータ :
 - n, u_{\parallel}, T, B
 - $n, u_{\parallel}, T, B, \nabla_{\perp} n, \nabla_{\perp} T, \nabla_{\perp} B, E_{\perp}$

幾何光学的波動伝播解析：TASK/WR

- **光線追跡法**：

- 媒質の不均一の特性長 L に比べて波長 λ が十分小さい場合
- 伝播方向に対して垂直な方向の広がり d が十分大きい平面波

- **ビーム追跡法**

- 回折効果を含めて有限の太さをもつ波動ビームの伝搬を解析
- 展開パラメータ $\delta = \sqrt{\lambda/L} \ll 1$
- **ビーム形状**：ガウシアンビームの場合（エルミート多項式 H_n ）

$$E(\mathbf{r}) = \text{Re} \left[C(\delta^2 \mathbf{r}) \mathbf{e}(\delta^2 \mathbf{r}) e^{i s(\mathbf{r}) - \phi(\mathbf{r})} \right]$$

— 振幅： C ，偏波ベクトル： \mathbf{e} ，位相： $s(\mathbf{r}) + i\phi(\mathbf{r})$

$$s(\mathbf{r}) = s_0(\tau) + k_\alpha^0(\tau)[r^\alpha - r_0^\alpha(\tau)] + \frac{1}{2} s_{\alpha\beta}[r^\alpha - r_0^\alpha(\tau)][r^\beta - r_0^\beta(\tau)]$$

$$\phi(\tau) = \frac{1}{2} \phi_{\alpha\beta}[r^\alpha - r_0^\alpha(\tau)][r^\beta - r_0^\beta(\tau)]$$

— r_0 はビーム軸の位置， k^0 は軸上での波数

— ビームの等位相面の**曲率半径**： $R_\alpha = 1/\lambda s_{\alpha\alpha}$ ，**ビーム径**： $d_\alpha = \sqrt{2/\phi_{\alpha\alpha}}$

ビーム伝搬方程式

- ビーム電界をマクスウェル方程式に代入し，解をもつ条件より

$$\frac{dr_0^\alpha}{d\tau} = \frac{\partial K}{\partial k_\alpha}$$

$$\frac{dk_\alpha^0}{d\tau} = -\frac{\partial K}{\partial r^\alpha}$$

$$\frac{ds_{\alpha\beta}}{d\tau} = -\frac{\partial^2 K}{\partial r^\alpha \partial r^\beta} - \frac{\partial^2 K}{\partial r^\beta \partial k_\gamma} s_{\alpha\gamma} - \frac{\partial^2 K}{\partial r^\alpha \partial k_\gamma} s_{\beta\gamma} - \frac{\partial^2 K}{\partial k_\gamma \partial k_\delta} s_{\alpha\gamma} s_{\beta\delta} + \frac{\partial^2 K}{\partial k_\gamma \partial k_\delta} \phi_{\alpha\gamma} \phi_{\beta\delta}$$

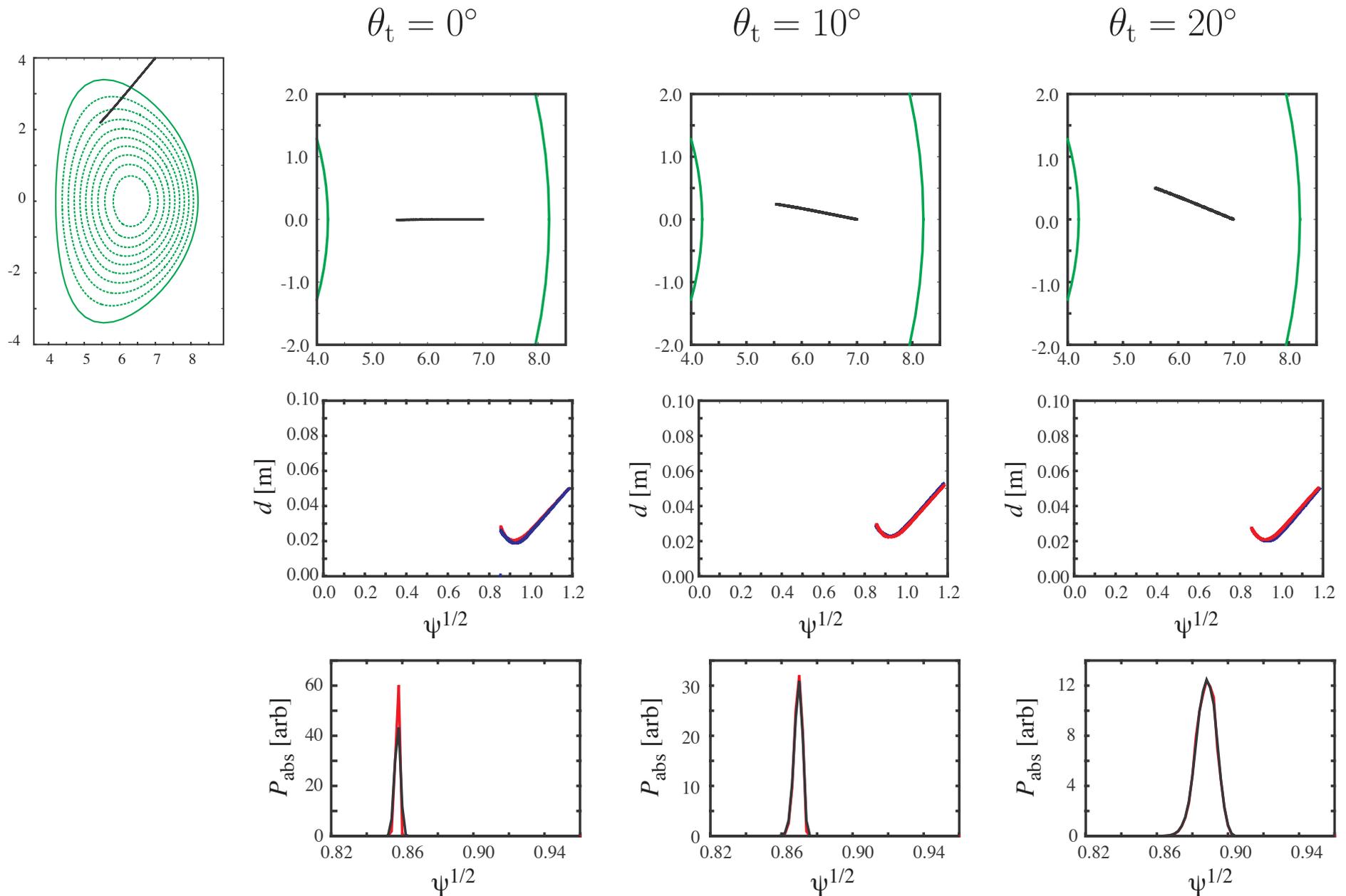
$$\frac{d\phi_{\alpha\beta}}{d\tau} = -\left(\frac{\partial^2 K}{\partial r^\alpha \partial k_\gamma} + \frac{\partial^2 K}{\partial k_\gamma \partial k_\delta} s_{\alpha\delta}\right) \phi_{\beta\gamma} - \left(\frac{\partial^2 K}{\partial r^\beta \partial k_\gamma} + \frac{\partial^2 K}{\partial k_\gamma \partial k_\delta} s_{\beta\delta}\right) \phi_{\alpha\gamma}$$

- これらの常微分方程式(18個)を積分することによって，ビーム軸の軌跡，ビーム軸上での波数，等位相面の曲率，ビームの幅を計算することができる．
- 波の振幅係数 C_{mn} に対する方程式

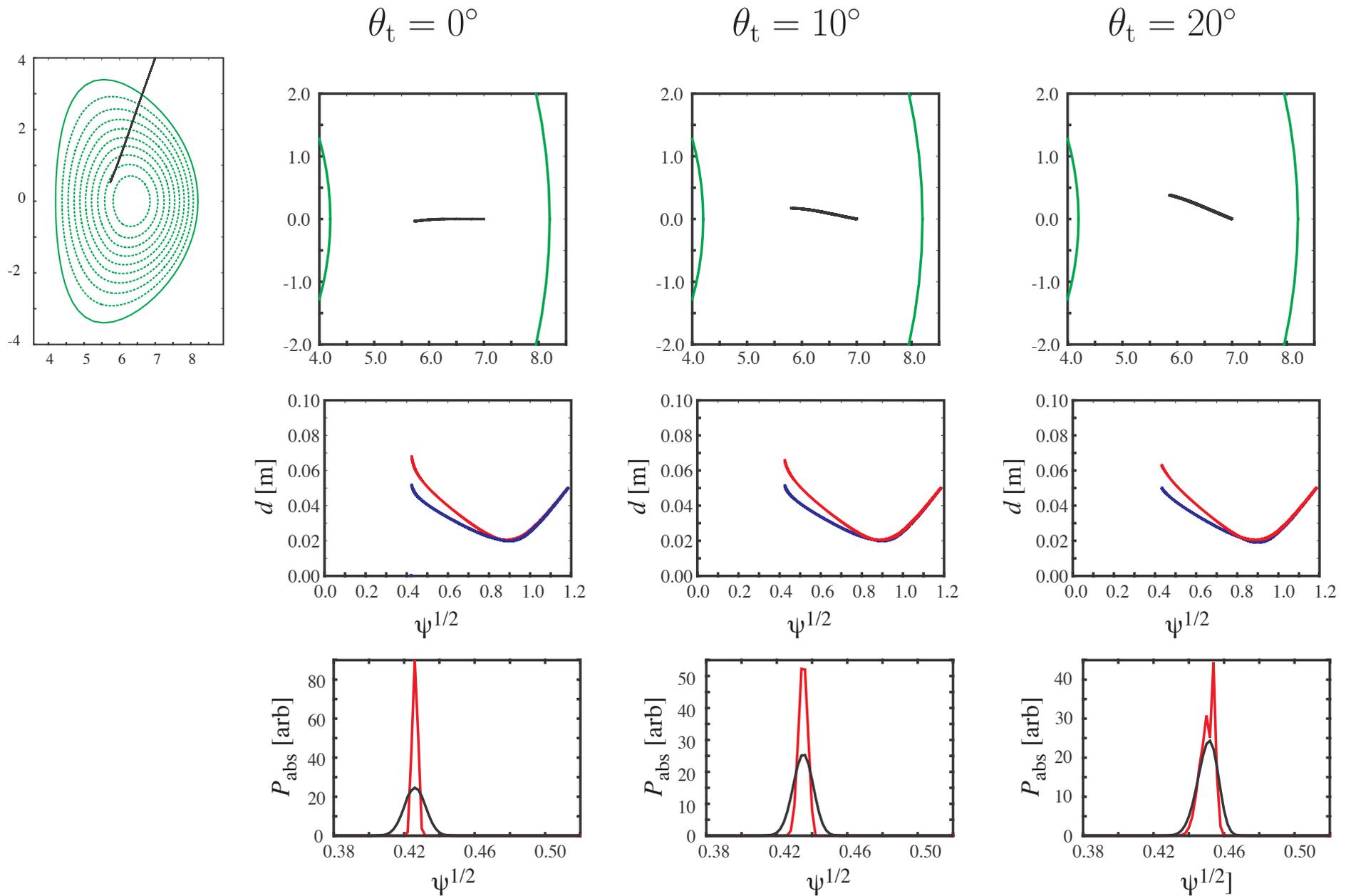
$$\nabla \cdot (\mathbf{v}_{g0} |C_{mn}|^2) = -2(\gamma |C_{mn}|^2)$$

\mathbf{v}_{g0} は群速度， $\gamma \equiv (\mathbf{e}^* \cdot \overleftrightarrow{\epsilon}_A \cdot \mathbf{e}) / (\partial K / \partial \omega)$ は波の吸収率

Beam Tracing in ITER-FEAT Plasma: $R_c = 2$ m, $d_{\text{ini}} = 0.05$ m



Beam Tracing in ITER-FEAT Plasma: $R_c = 2$ m, $d_{ini} = 0.05$ m



速度分布解析：TASK/FP

- 速度分布関数 $f(p_{\parallel}, p_{\perp}, \psi, t)$ に対する **フォッカー-プランク方程式**

$$\frac{\partial f}{\partial t} = E(f) + C(f) + Q(f) + L(f) \quad (1)$$

- $E(f)$: 直流電界による加速項
 - $C(f)$: クーロン衝突による衝突項
 - $Q(f)$: 波との共鳴によって生じる準線形拡散項
 - $L(f)$: 空間的拡散項
- **軌道平均** : バナナ軌道幅は 0 として軌道平均，捕捉粒子効果
 - **相対論的** : 運動量 p ，衝突項は弱相対論的
 - **3次元** : 空間拡散（古典的，新古典的，乱流拡散）

波動光学的波動伝播解析：TASK/WM

- 平衡解析から得られた**磁気面座標**： (ψ, θ, φ)

- **マクスウェル方程式**の境界値問題

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \frac{\omega^2}{c^2} \overleftrightarrow{\epsilon} \cdot \mathbf{E} + i\omega\mu_0 \mathbf{j}_{\text{ext}}$$

- 運動論的效果を含めた**誘電率テンソル**： $\overleftrightarrow{\epsilon}$

- **波一粒子共鳴相互作用**： $Z[(\omega - n\omega_c)/k_{\parallel}v_{\text{th}}]$

- **高速イオン：ドリフト運動論**

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + v_{\parallel} \nabla_{\parallel} + (\mathbf{v}_d + \mathbf{v}_E) \cdot \nabla + \frac{e_{\alpha}}{m_{\alpha}} (v_{\parallel} E_{\parallel} + \mathbf{v}_d \cdot \mathbf{E}) \frac{\partial}{\partial \epsilon} \right] f_{\alpha} = 0$$

- **ポロイダルおよびトロイダルモード展開**

- **正確な k_{\parallel} 評価**

- **固有モード解析**：電界振幅を最大とする**複素固有周波数**

- **電子密度に比例する励起**

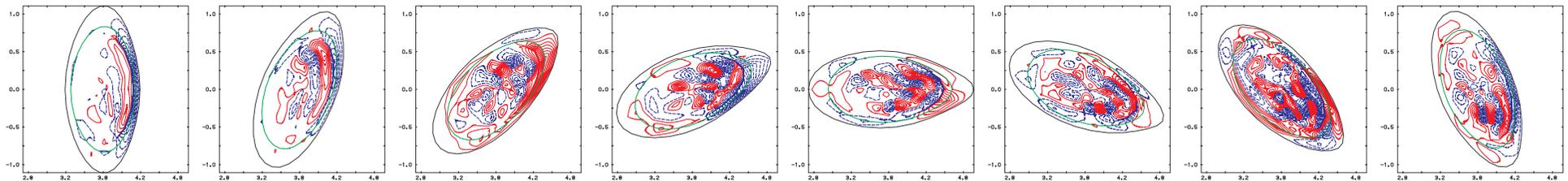
LHD における ICRF 波の伝播・吸収

LHD ($B_0 = 3\text{ T}$, $R_0 = 3.8\text{ m}$)

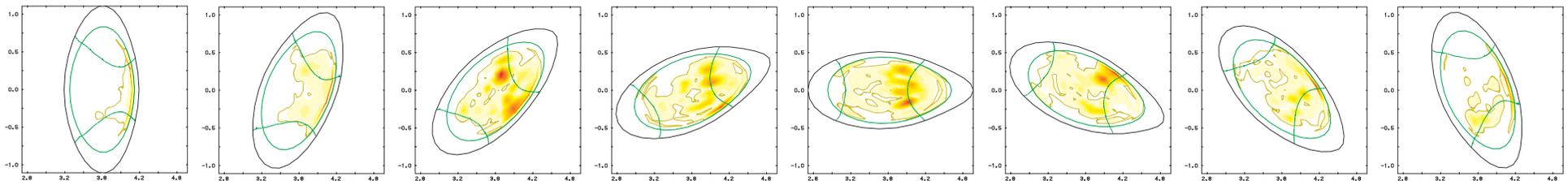
$f = 42\text{ MHz}$, $n_{\phi 0} = 20$, $n_{e0} = 3 \times 10^{19}\text{ m}^{-3}$, $n_{\text{H}}/(n_{\text{He}} + n_{\text{H}}) = 0.235$,

$N_{r\text{max}} = 100$, $N_{\theta\text{max}} = 16$ ($m = -7 \dots 7$), $N_{\phi\text{max}} = 4$ ($n = 10, 20, 30$)

波動電界：ポロイダル成分の虚数部

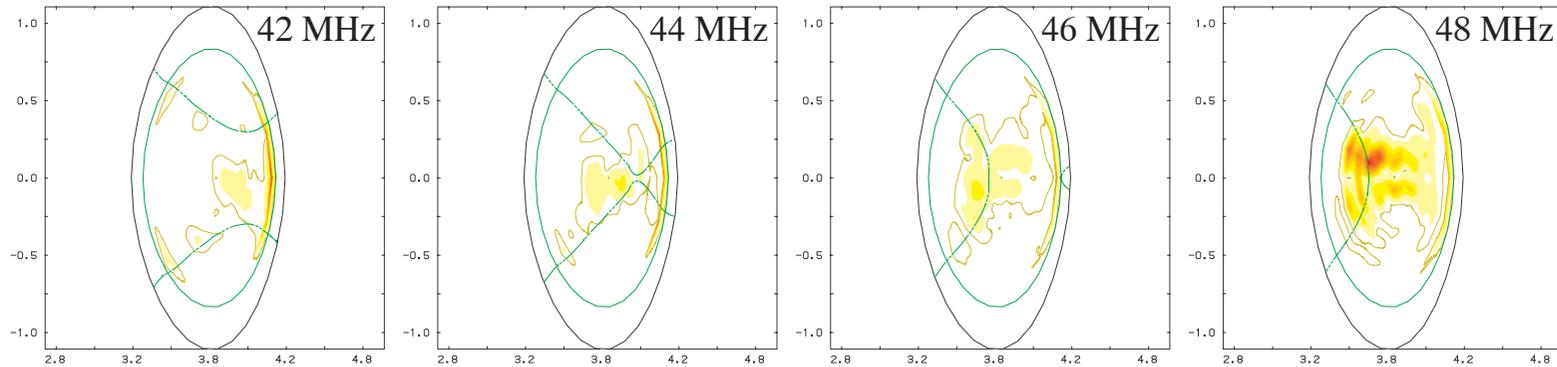


吸収パワー密度：少数イオン

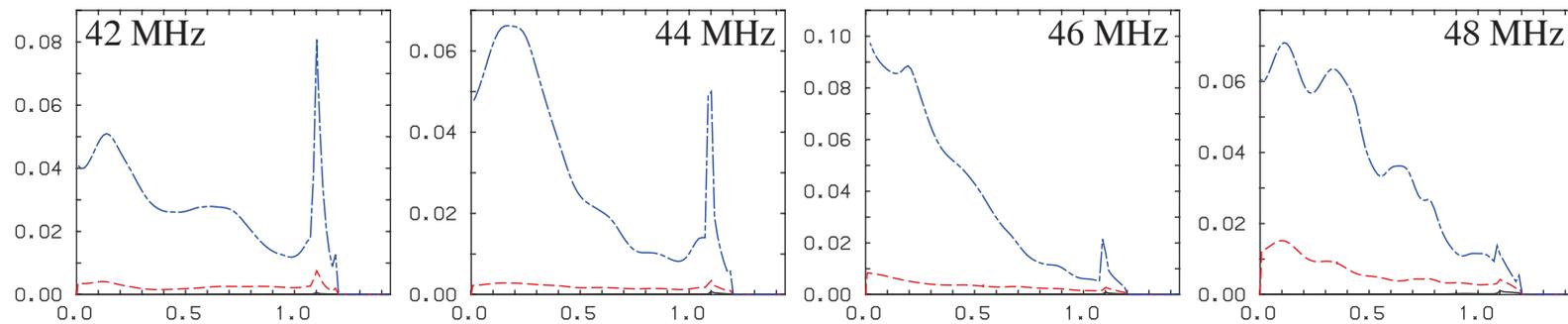


周波数依存性

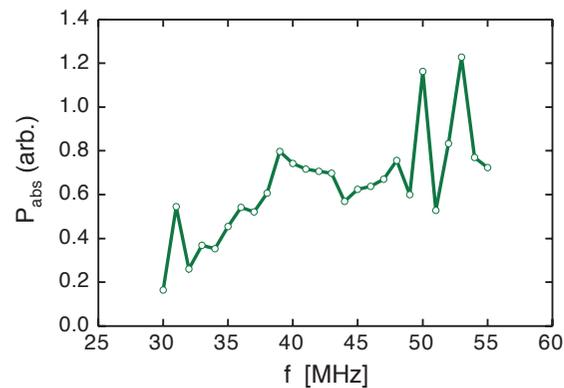
- 吸収パワー密度：ポロイダル分布



- 吸収パワー密度：径方向分布

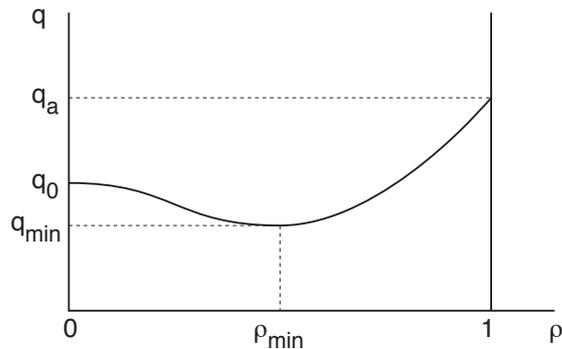


- 全吸収パワー：



負磁気シア配位におけるアルヴェン固有モードの解析

仮定された q 分布

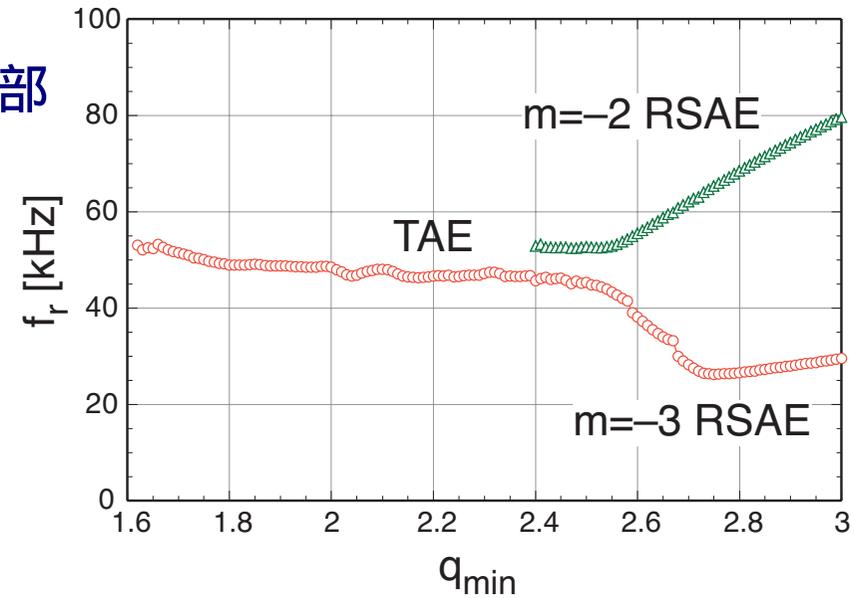


プラズマパラメータ

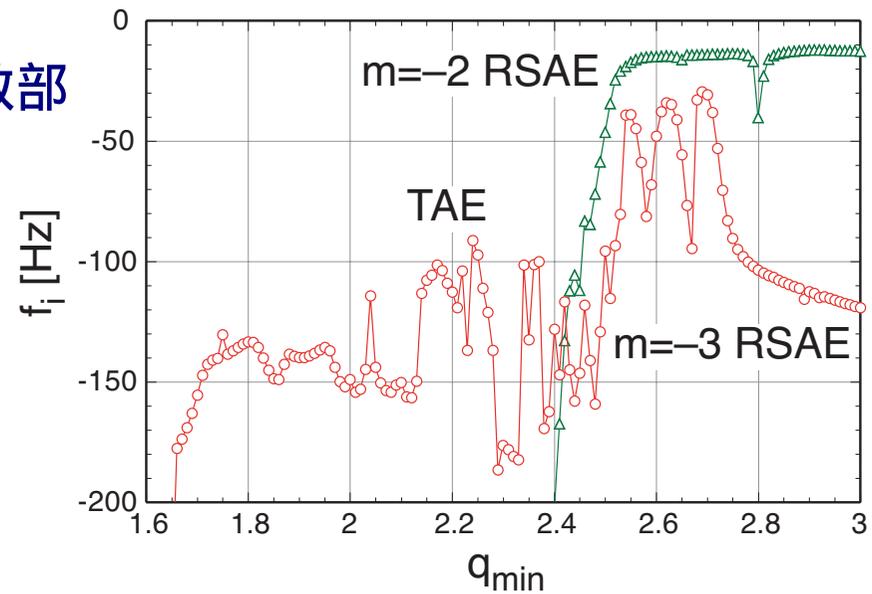
R_0	3 m
a	1 m
B_0	3 T
$n_e(0)$	10^{20} m^{-3}
$T(0)$	3 keV
$q(0)$	3
$q(a)$	5
ρ_{\min}	0.5
n	1
Flat density profile	

固有周波数の q_{\min} 依存性

実数部

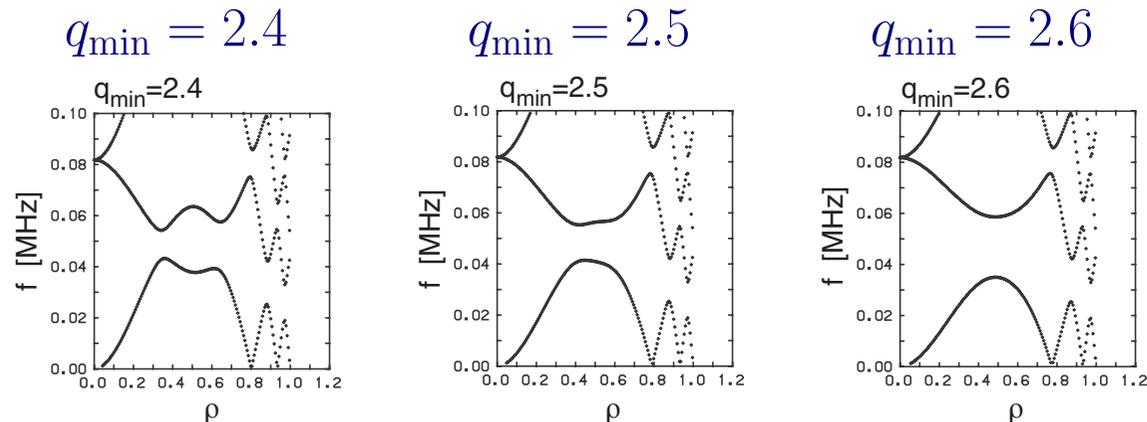


虚数部

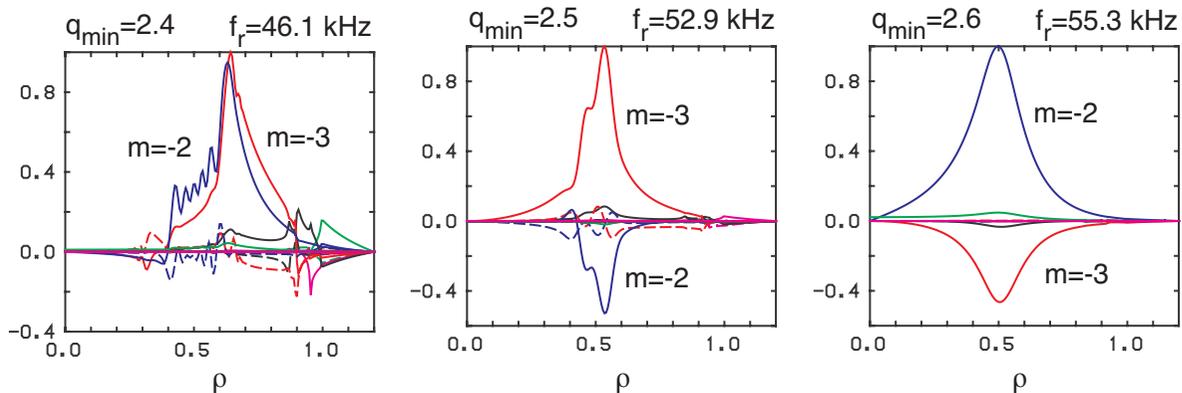


固有モード構造

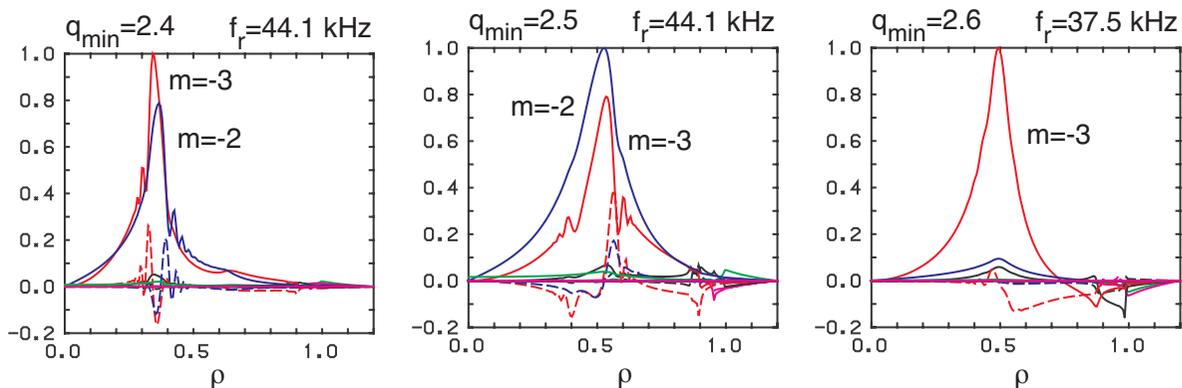
Alfvén resonance



Higher freq.



Lower freq.



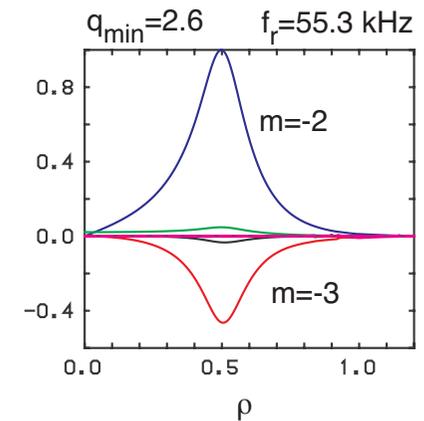
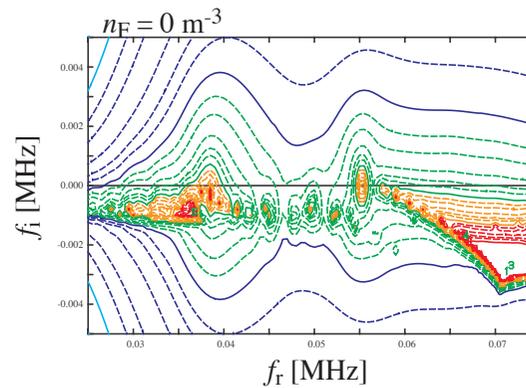
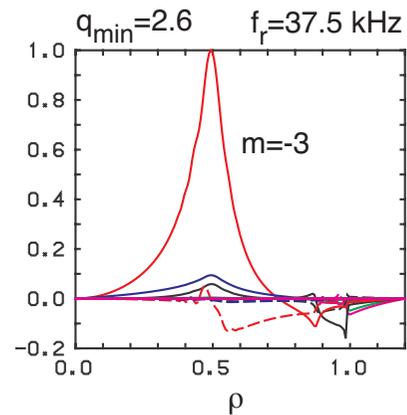
TAEs

Double TAE

RSAE

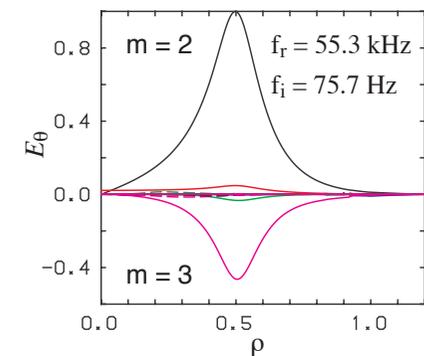
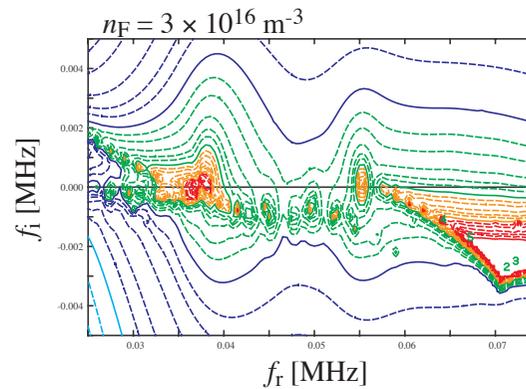
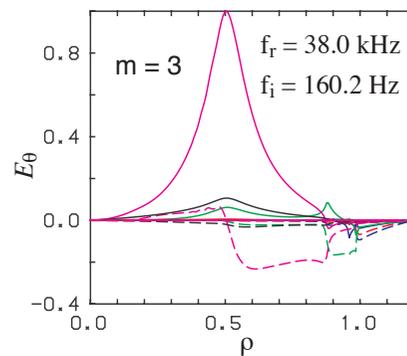
高速イオンによる励起 ($q_{\min} = 2.6$)

- Without EP



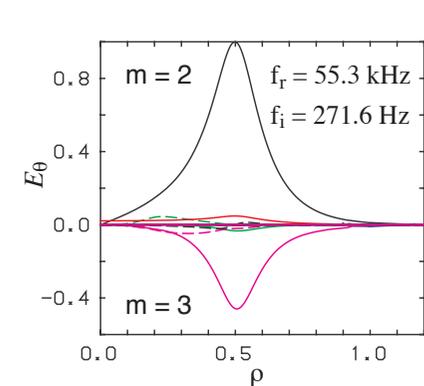
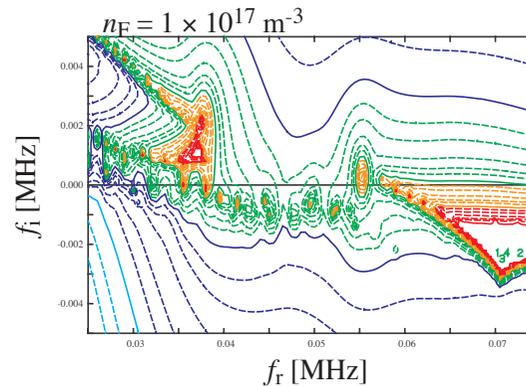
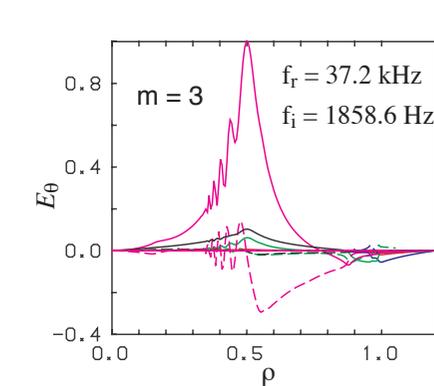
- With EP

$3 \times 10^{16} \text{ m}^{-3}$
360 keV
0.5 m



- With EP

$1 \times 10^{17} \text{ m}^{-3}$
360 keV
0.5 m



まとめ

- 核燃焼プラズマの時間発展をシミュレーションするため、平衡・輸送解析をベースにした統合コードが検討されている。そのコアとなり得るコードとしてTASK コードを開発している。
- TASK コードには、平衡、輸送、波動伝播、速度分布等のモジュールが含まれ、モジュール間のデータ交換により、加熱・電流駆動を含めた時間発展解析が可能である。
- 平衡解析と組み合わせた波動伝播解析の例として、ビーム追跡法による電子サイクロトロン波電流駆動の解析および負磁気シア配位におけるアルヴェン固有モードの解析の結果を示した。
- **今後の課題**
 - データ交換インターフェース仕様の策定とソースプログラムの公開
 - 輸送モデルの拡張、ITPA 分布データベースとの比較
 - MHD 安定性解析コード等との結合
 - 定常運転シミュレーション

高周波プラズマ生成解析コード：PAF

- 目的：有限要素法を用いた高周波プラズマ生成の自己完結的な解析
 - 任意の装置形状
 - 現実的な高周波励起
 - 流体・粒子ハイブリッドモデル
 - 並列化による高速計算
- **PAF**: Plasma Analysis with **Finite element method**
 - **WF**: 定常波動解析
 - **WF2**: (2D)
 - **WF3**: (3D)
 - MF: 時間発展波動解析 [計画中]
 - **TF**: 拡散型輸送解析 (2D)
 - FF: 流体型輸送解析 [計画中]
 - **PF**: 粒子シミュレーション (2D)
 - **MG**: 要素分割
 - **MX**: 並列型行列方程式解法

PAF/WF: 波動解析コード

- 周波数 ω の波動電場: $\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}$

- マクスウェル方程式:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} - \frac{\omega^2}{c^2} \overleftrightarrow{\epsilon} \cdot \mathbf{E} = i\omega\mu_0 \mathbf{j}_{\text{ext}}$$

- $\overleftrightarrow{\epsilon}$: 誘電率テンソル (衝突を含めた冷たいプラズマ近似)

- 励起:

- (電流分布の与えられた) アンテナ
- (同軸, 円形, 矩形) 導波管
- 電極

- 数値解法

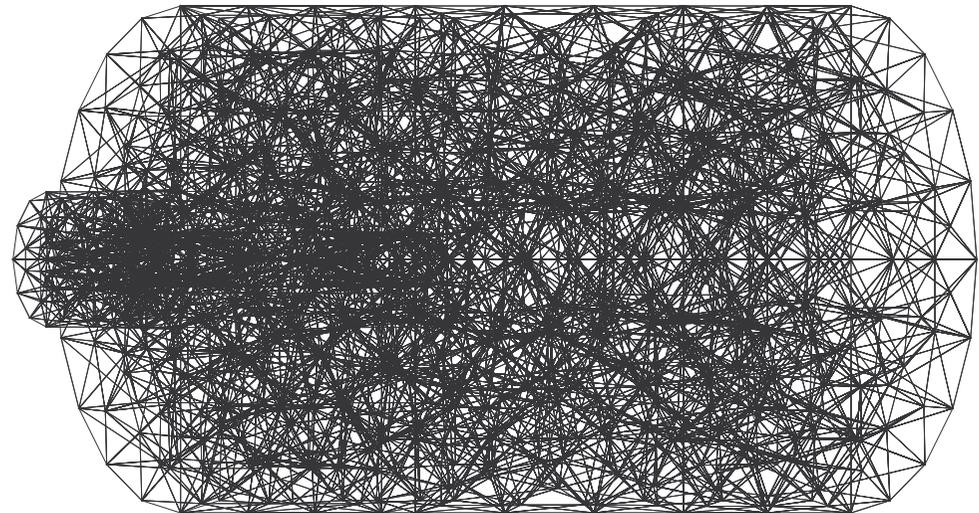
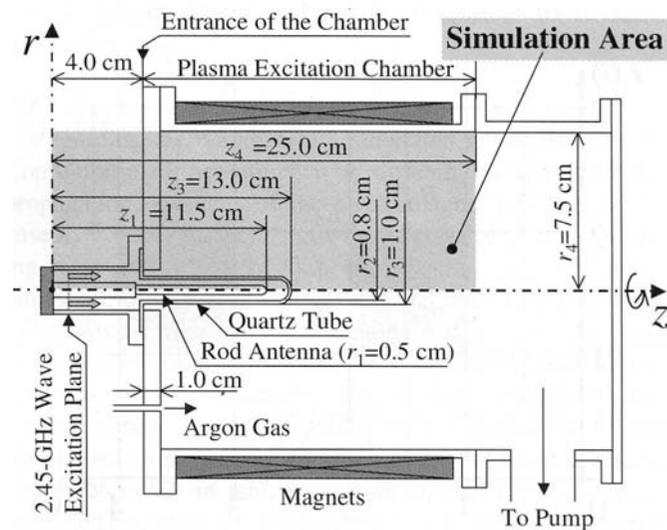
- 四面体要素を用いた有限要素法
- 変数: 辺上の電界の接線成分

軸対称表面波の励起

- 2次元解析

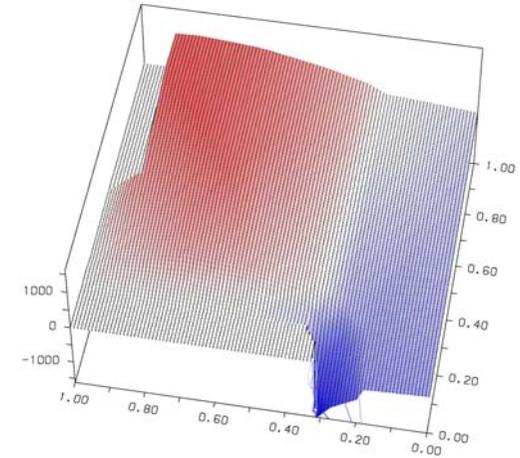
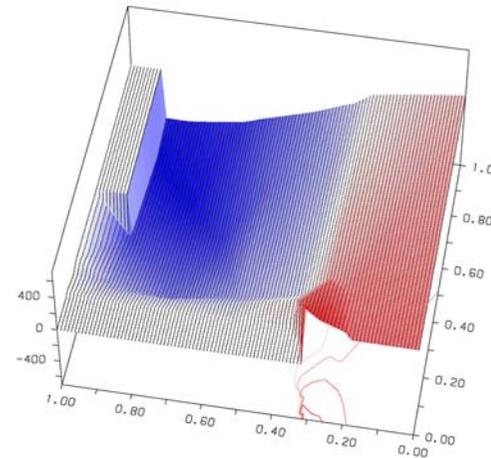
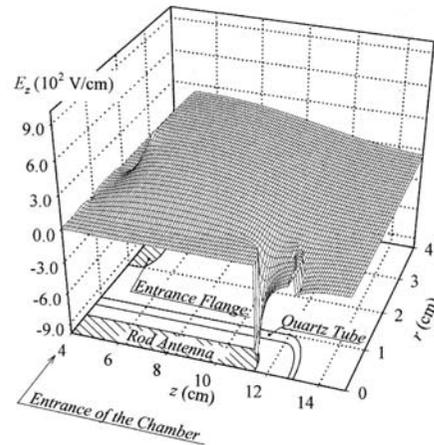
- H. Kousaka and K. Ono: JJAP 41 (2002) 2199
- マイクロ波プラズマ源内の軸対称 2次元電磁場解析
- **FDTD**: 時間領域有限差分
- 同軸導波管による励起: $f = 2.45$ GHz

3次元解析における要素分割

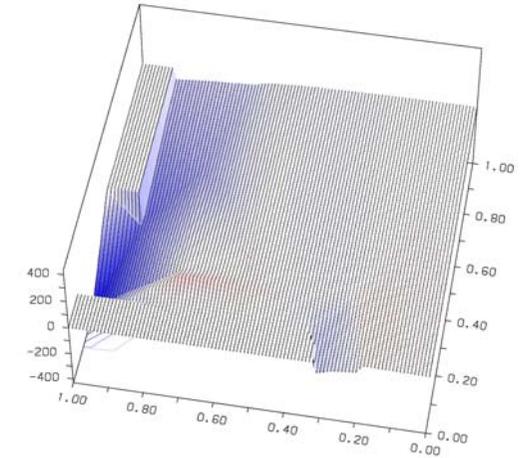
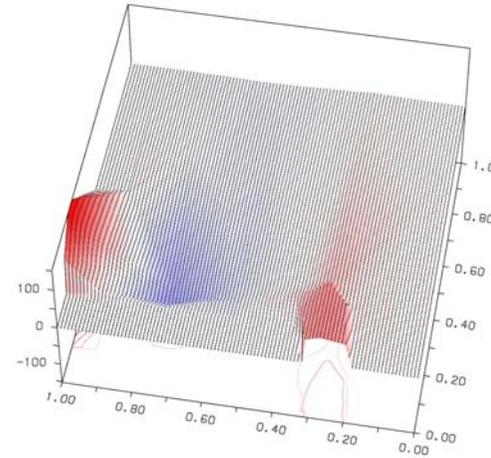
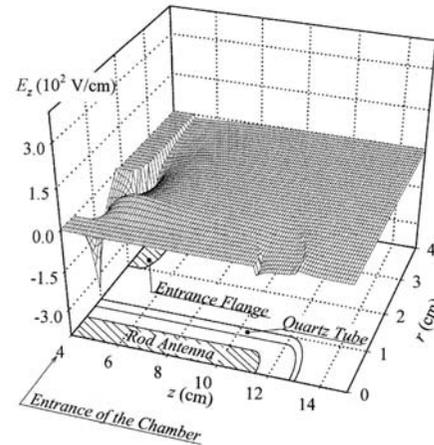


2次元解析と3次元解析の比較： $E_z(r, z)$

$$n_e = 10^{16} \text{ m}^{-3}$$



$$n_e = 10^{17} \text{ m}^{-3}$$



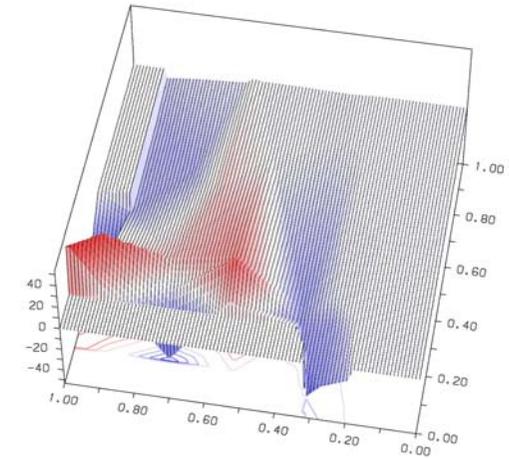
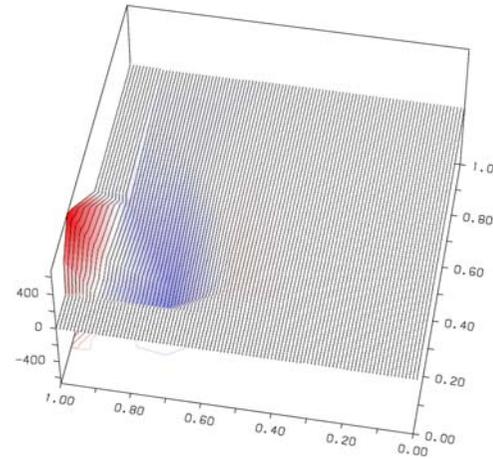
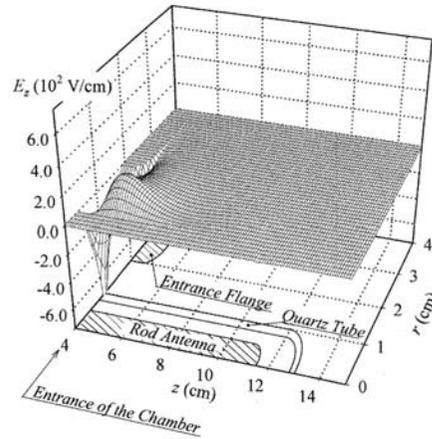
2D

3D (Real part)

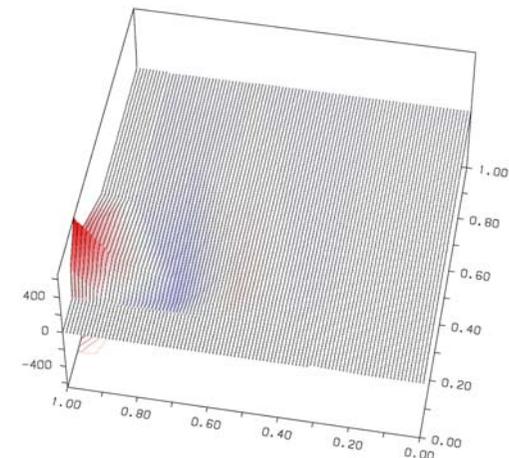
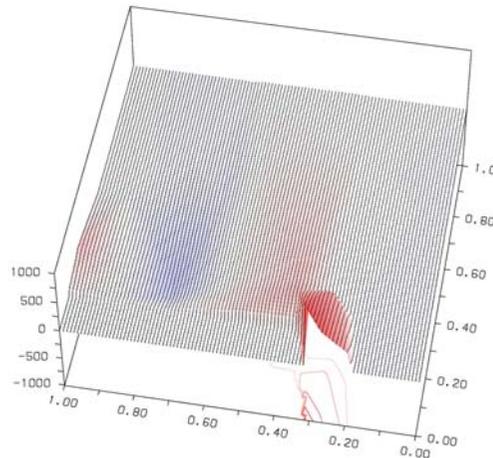
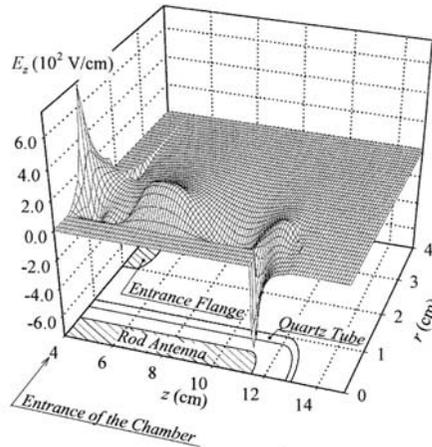
3D (Imag part)

2次元解析と3次元解析の比較： $E_z(r, z)$

$$n_e = 2 \times 10^{17} \text{ m}^{-3}$$



$$n_e = 3 \times 10^{17} \text{ m}^{-3}$$



2D

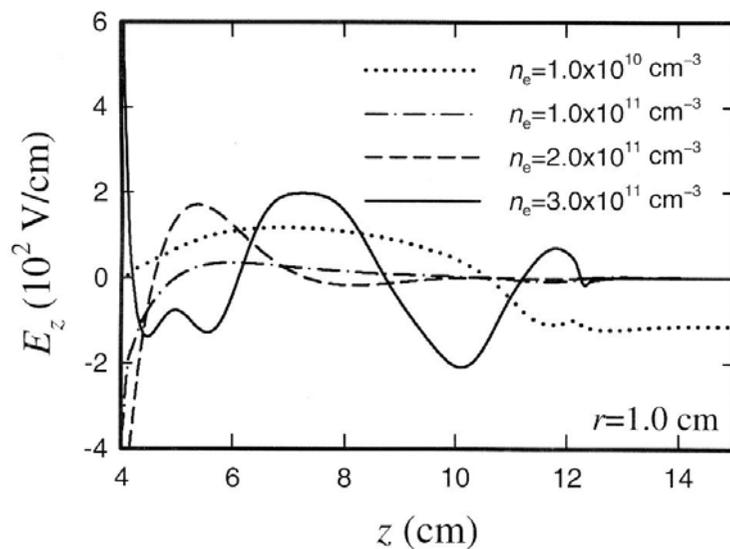
3D (Real part)

3D (Imag part)

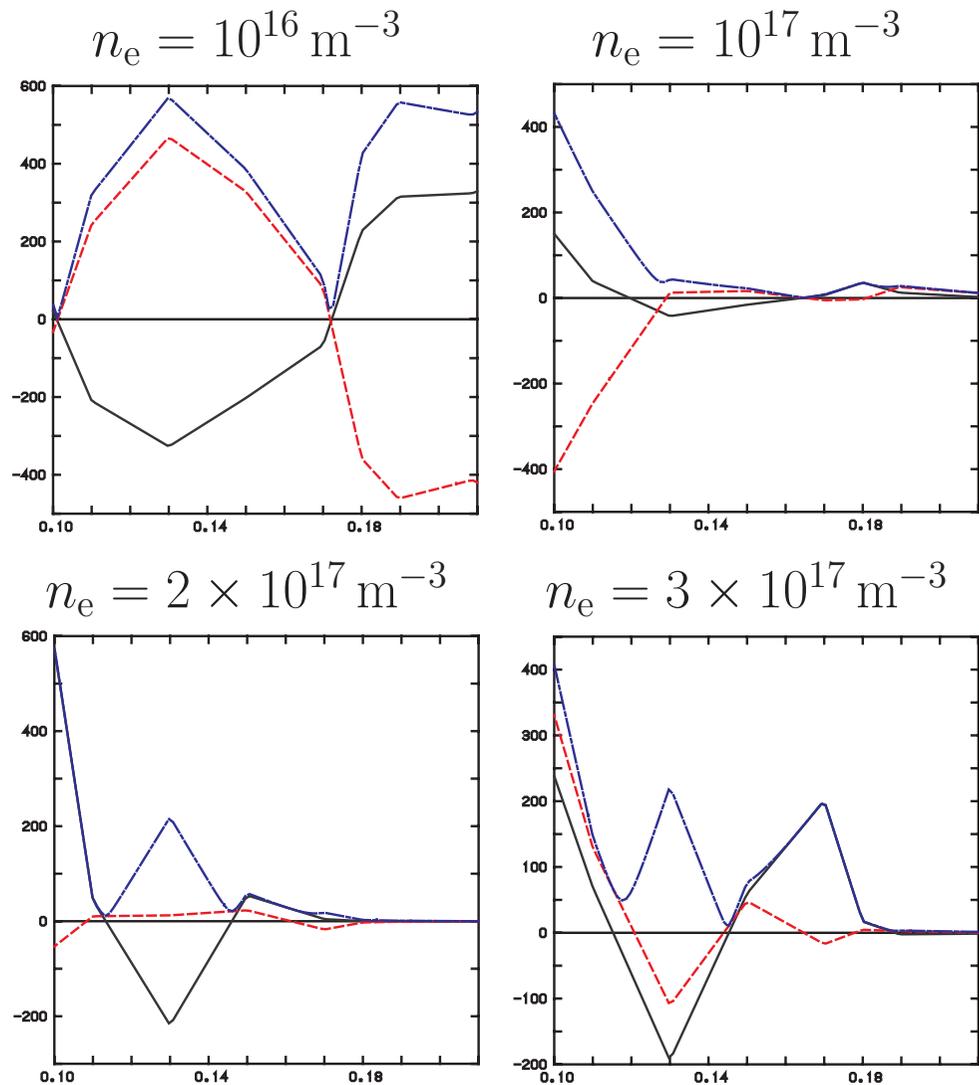
2次元解析と3次元解析の比較： $E_z(z)$

2D Analysis

Ref.: H. Kousaka and K. Ono
JJAP 41 (2002) 2199



3D Analysis



- 高密度の場合には，空間解像度が不足

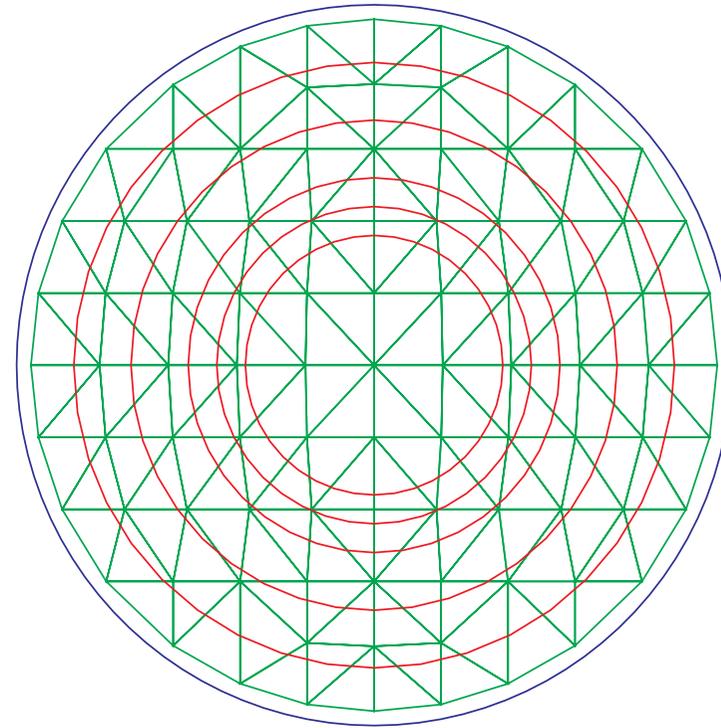
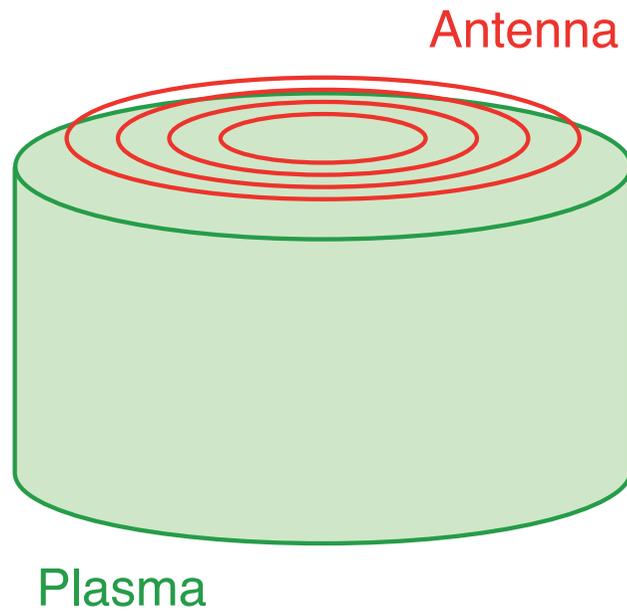
多重ループアンテナによる ICP

- 円柱プラズマ

- Diameter=0.48 m
- Height=0.3 m

- 高周波

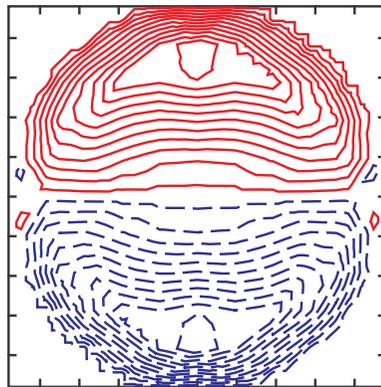
- Frequency=13.56 MHz



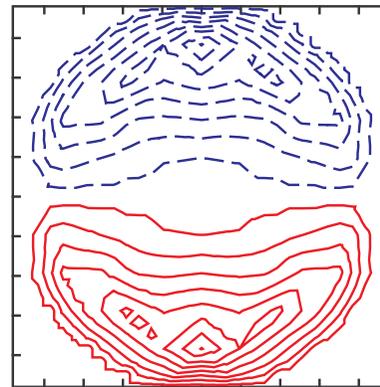
```
NNMAX= 1488  
NEMAX= 7020  
NBMAX= 0  
MBND = 0  
MLEN = 0  
JNUM = 81  
93  
97  
113  
133
```

アンテナ直下の電磁場と吸収パワー

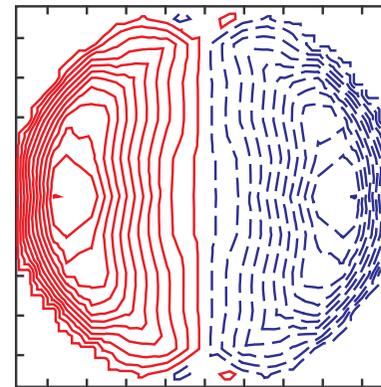
RF = 13.560	BB = 0.000	M= 2 0 0 2 6 0	IJ	AJ	PHASE	R	X
NNMAX= 1488	XYZ MAX= 0.240 0.240 0.300		1	0.3	0.0	6.839E-03	1.425E+00
NEMAX= 7020	XYZ MIN= -0.240 -0.240 0.000		2	0.3	0.0	1.929E-02	1.756E+00
NK NM PABS	NK NM PABS		3	0.3	0.0	2.785E-02	2.433E+00
1 0 2.90E-01			4	1.0	0.0	1.333E-01	1.430E+01
NS PA PZ PN PZCL PABS			5	1.0	0.0	1.030E-01	1.365E+01
1 5.49E-04 -1. 5.00E-03 0.03 2.90E-01							
2 3.99E+01 1. 5.00E-03 0.00 1.33E-07							



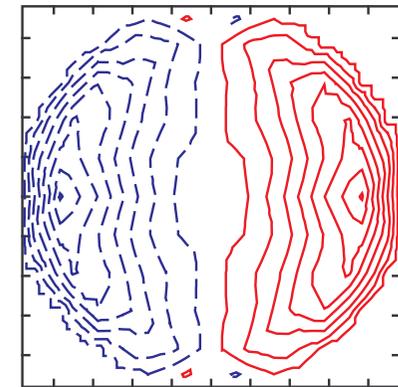
EXR(XY) Z=0.16
MAX= 1.43E-01
MIN=-1.43E-01
STP= 1.25E-02



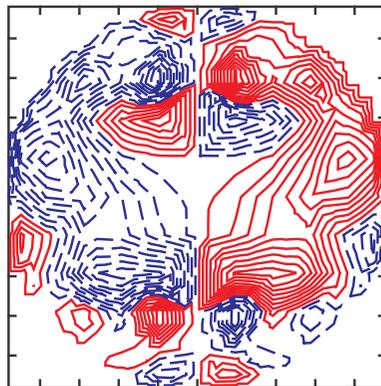
EXI(XY) Z=0.16
MAX= 7.56E+00
MIN=-7.56E+00
STP= 1.00E+00



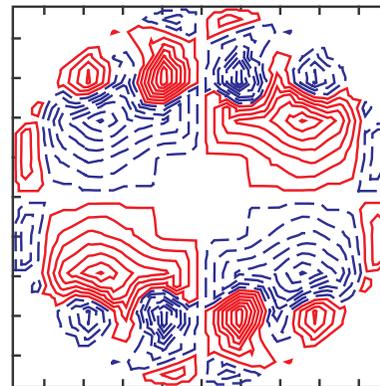
EYR(XY) Z=0.16
MAX= 1.44E-01
MIN=-1.44E-01
STP= 1.25E-02



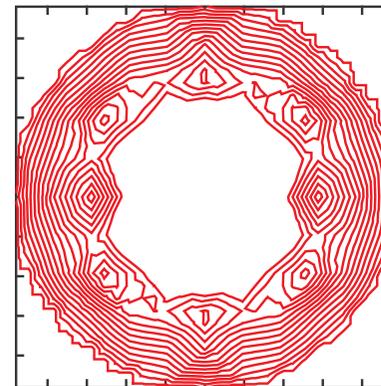
EYI(XY) Z=0.16
MAX= 7.64E+00
MIN=-7.64E+00
STP= 1.00E+00



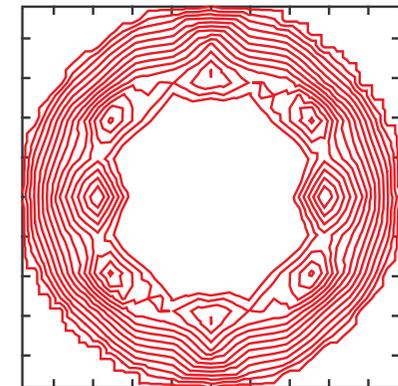
EZR(XY) Z=0.16
MAX= 2.44E-02
MIN=-2.44E-02
STP= 2.50E-03



EZI(XY) Z=0.16
MAX= 1.79E+00
MIN=-1.79E+00
STP= 2.50E-01



P1C(XY) Z=0.16
MAX= 8.61E+01
MIN= 0.00E+00
STP= 5.00E+00

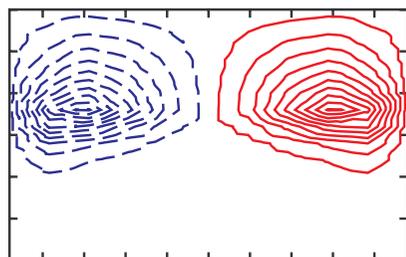


P2C(XY) Z=0.16
MAX= 3.94E-05
MIN= 0.00E+00
STP= 2.50E-06

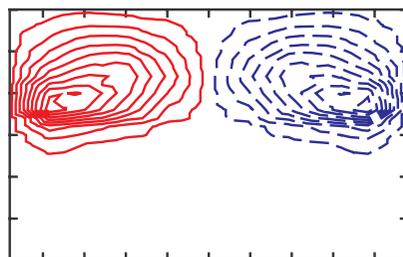
$x = 0$ 断面における電磁場と吸収パワー

```

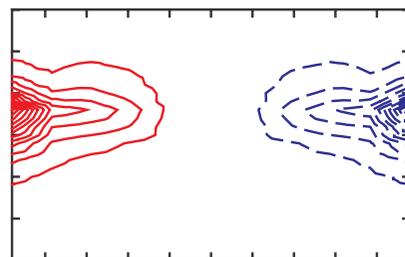
RF = 13.560    BB = 0.000    M= 2 0 0 2 6 0  IJ  AJ  PHASE      R      X
NNMAX= 1488    XYZ MAX=  0.240  0.240  0.300  1  0.3   0.0   6.839E-03  1.425E+00
NEMAX= 7020    XYZ MIN= -0.240 -0.240  0.000  2  0.3   0.0   1.929E-02  1.756E+00
NK NM PABS      NK NM PABS      3  0.3   0.0   2.785E-02  2.433E+00
 1  0  2.90E-01      4  1.0   0.0   1.333E-01  1.430E+01
NS   PA   PZ      PN   PZCL   PABS      5  1.0   0.0   1.030E-01  1.365E+01
 1  5.49E-04 -1.   5.00E-03  0.03  2.90E-01
 2  3.99E+01  1.   5.00E-03  0.00  1.33E-07
    
```



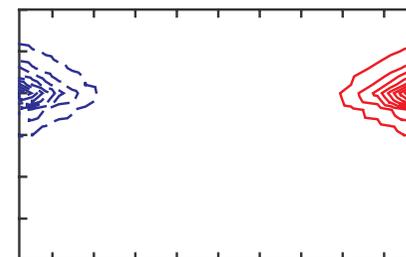
EXR(YZ) X=0.0
MAX= 2.41E-01
MIN=-2.40E-01
STP= 2.50E-02



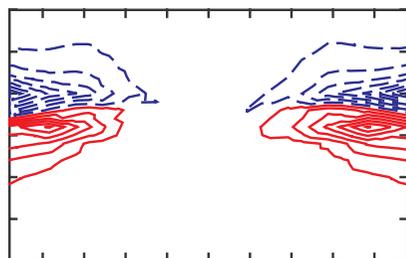
EXI(YZ) X=0.0
MAX= 2.32E+01
MIN=-2.32E+01
STP= 2.50E+00



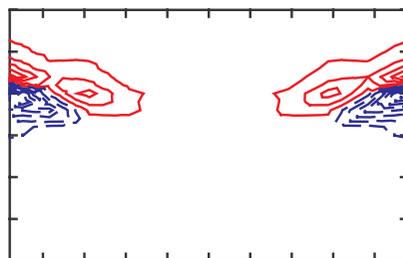
EYR(YZ) X=0.0
MAX= 5.84E-08
MIN=-5.86E-08
STP= 5.00E-09



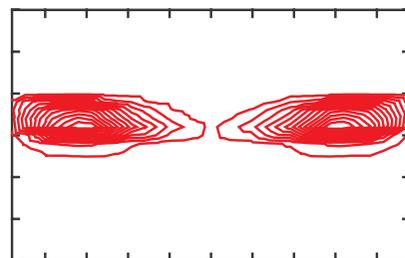
EYI(YZ) X=0.0
MAX= 4.85E-05
MIN=-4.85E-05
STP= 5.00E-06



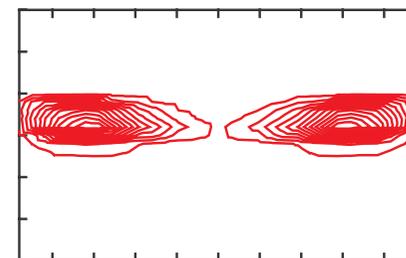
EZR(YZ) X=0.0
MAX= 6.62E-09
MIN=-7.90E-09
STP= 1.00E-09



EZI(YZ) X=0.0
MAX= 5.02E-06
MIN=-8.75E-06
STP= 1.00E-06



P1C(YZ) X=0.0
MAX= 6.83E+01
MIN=-1.30E-13
STP= 5.00E+00



P2C(YZ) X=0.0
MAX= 3.13E-05
MIN= 0.00E+00
STP= 2.50E-06

拡散型プラズマ輸送解析 PAF/TD

- プラズマモデル

- 拡散型輸送方程式（衝突が支配的）
- 密度 n_s , 温度 T_s , 静電ポテンシャル ϕ ($s = \text{electron, ion}$) の時間発展
- 軸対称 2 次元解析
- 高周波電離, 高周波加熱, 衝突輸送

- 数値手法

- 空間構造：有限要素法
- 時間発展：完全陰解法
- 各時間ステップで波動伝播を解く
（プラズマの時間発展は波動伝播よりも遅いことを仮定）

拡散型輸送方程式

- 密度 n_s , 温度 T_s , 静電ポテンシャル Φ

$$\frac{\partial}{\partial t} n_s = \nabla \cdot \left[n_s \overleftrightarrow{\mu}_s \cdot \nabla \Phi + \overleftrightarrow{D}_s \cdot \nabla n_s \right] + \nu_{I_s} n_s$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{3}{2} n_s T_s = \nabla \cdot \left[\frac{5}{2} T_s \left(n_s \overleftrightarrow{\mu}_s \cdot \nabla \Phi + \overleftrightarrow{D}_s \cdot \nabla n_s \right) + \frac{3}{2} n_s \overleftrightarrow{\chi}_s \cdot \nabla T_s \right]$$

$$- \frac{3}{2} \nu_{sn} n_s (T_s - T_n) - \frac{3}{2} \sum_{s'} \nu_{ss'} n_s (T_s - T_{s'}) + P_s$$

$$-\nabla^2 \Phi = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_s Z_s e n_s$$

$\overleftrightarrow{\mu}_s$: 移動度テンソル

$\overleftrightarrow{\chi}_s$: 熱拡散テンソル

P_s : 加熱パワー密度

ν_{sn} : 中性粒子との衝突周波数

\overleftrightarrow{D}_s : 粒子拡散テンソル

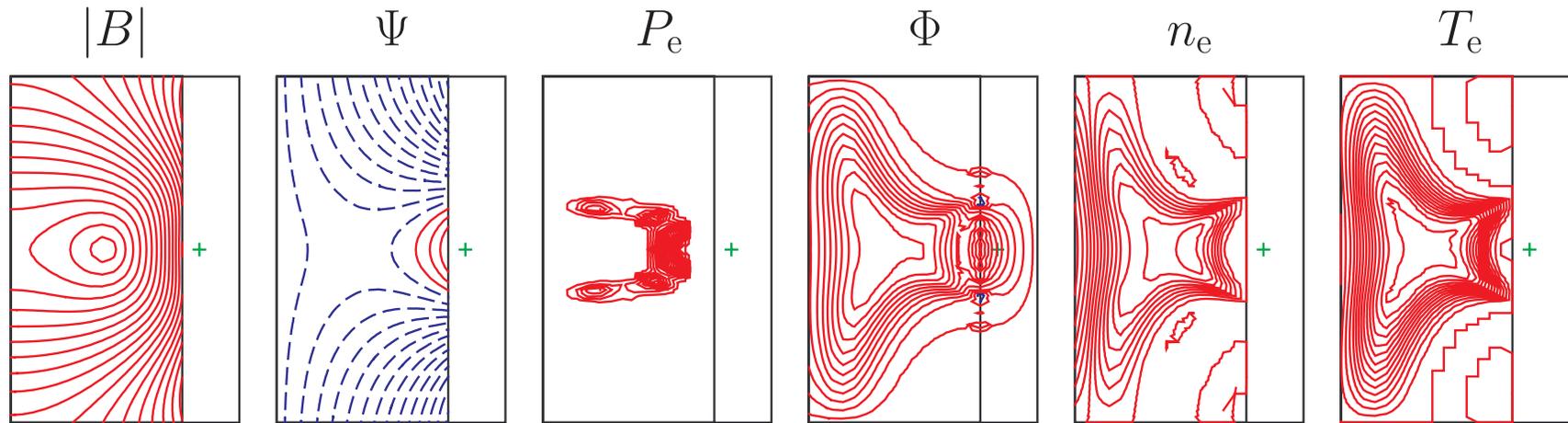
Z_s : 電荷数 s

ν_{I_s} : 電離周波数

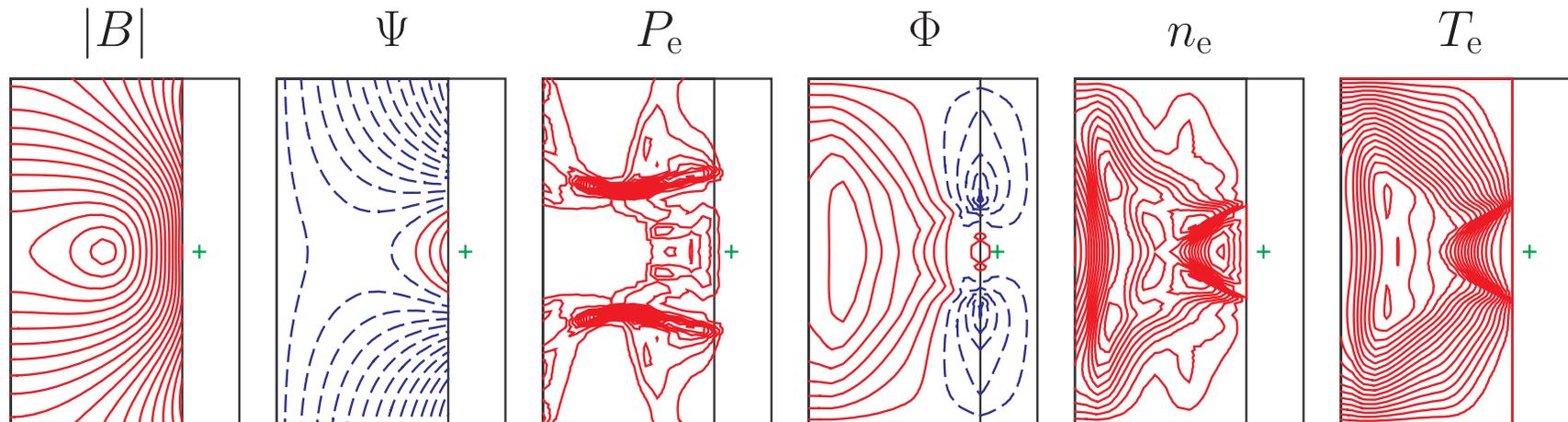
$\nu_{ss'}$: クーロン衝突周波数

プラズマ生成の解析 (磁気中性点プラズマ)

- **低密度** ($n_e = 10^{12} \text{ m}^{-3}$)



- **高密度** ($n_e = 10^{14} \text{ m}^{-3}$)



三角形要素を用いた粒子シミュレーション

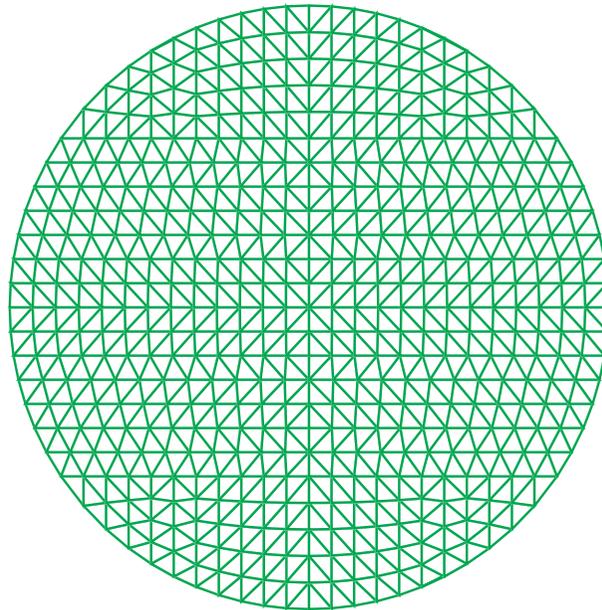
- 三角形要素

- 境界形状の任意性
- 格子点集積

- 課題

- 粒子がどの要素に含まれるか？
- 粒子形状効果をどのように取り入れるか？

NNMAX= 612
NEMAX= 1100

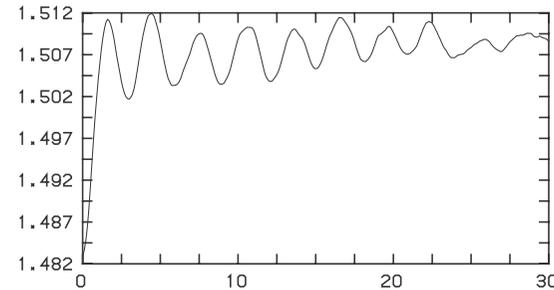


計算例 (Preliminary)

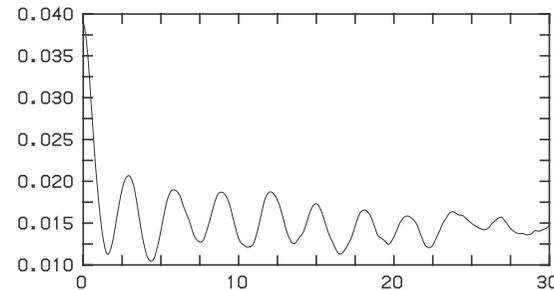
- $R = 25, \Delta = 2, \Delta t = 0.1, N_p = 10000$

- **時間発展**

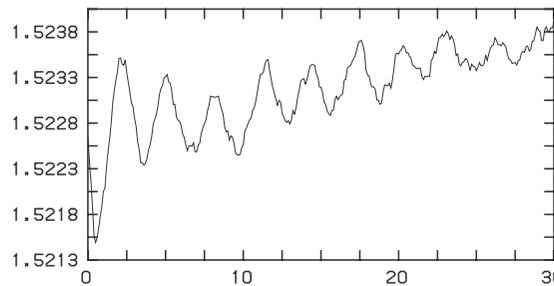
運動エネルギー



静電エネルギー

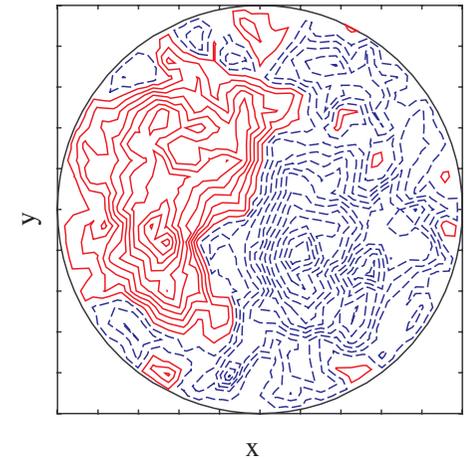


全エネルギー

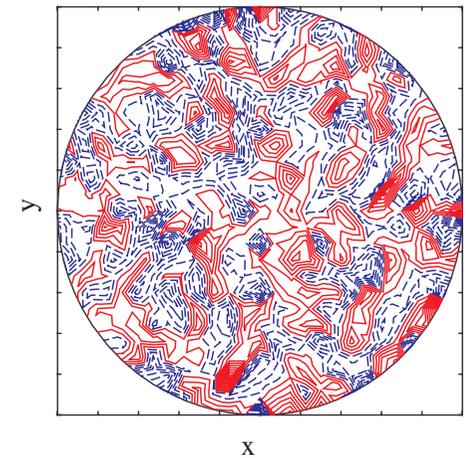


- **空間分布**

ポテンシャル



粒子密度



- プラズマ振動は記述できる...

まとめ

- 有限要素法を用いた高周波プラズマ生成解析コードの開発が進行中
- 波動伝播解析は3次元に拡張され、辺上の電界を変数とする手法により、低密度時の非物理的な解が現れなくなった。
- 拡散型輸送方程式によるプラズマ生成の解析がさまざまな配位に適用されている。
- 任意の境界形状に対応するため、有限要素法による粒子シミュレーションコードを開発中である。現在は、衝突過程を含めて高周波プラズマ生成の解析が可能になっている。
- 今後の課題
 - 波動解析の高精度化を2次元解析に適用
 - 3次元要素分割コードの開発
 - 輸送解析コードの数値安定性向上（風上差分の導入）
 - 粒子シミュレーションの本格的な計算（電磁的解析）

微積分方程式による波動伝播解析

● **目的** : 不均一方向に伝播する波動の波 - 粒子共鳴相互作用

● **原理** :

○ 粒子軌道 : $x = x' + v(t - t')$

○ 速度 v の粒子は $t' - t$ 秒前の位置 x' における電界 $E(x')$ の影響を受ける .

○ 線形化された Vlasov 方程式 : $\frac{df(x', t')}{dt} = -\frac{q}{m} E(x', t') \frac{\partial f_0(v)}{\partial v}$

○ 摂動分布関数 : $f(x, v, t) = \frac{qn_0}{(2\pi T/m)^{3/2} T} \int_{-\infty}^t dt' v E(x', t') \exp\left(-\frac{mv^2}{2T}\right)$

○ 誘起電流 : $j(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} dv qv f(x, v, t)$

○ $f(x, v, t)$ を代入すると

$$j(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} dx' K(x - x', t - t') E(x', t')$$

$$K(x - x', t - t') = \frac{qn_0}{(2\pi T/m)^{3/2} T} \int_{-\infty}^t dt' \frac{x - x'}{t - t'} \exp\left[-\frac{m}{2T} \left(\frac{x - x'}{t - t'}\right)^2\right]$$

密度勾配をもつプラズマ中の波動伝播

- 斜め入射電磁波によるプラズマ波の励起と吸収

- 密度分布 : $n(x) = n_0 e^{-\kappa x}$

- 静電ポテンシャル : $\Phi(x) = \frac{\kappa T}{q} x$

- 粒子運動 : 静電界による加速・減速

- 基礎方程式 : $\frac{1}{\beta^2} \nabla \times \nabla \times \mathbf{E}(x) - \int_{-\infty}^{\infty} dx' \overleftrightarrow{\epsilon}(x-x') \mathbf{E}(x') = 0$

$$\overleftrightarrow{\epsilon}(x-x') = \delta(x-x') \overleftrightarrow{I} i \frac{\omega_{p0}^2}{\omega^2} e^{-\kappa(x+x')}$$

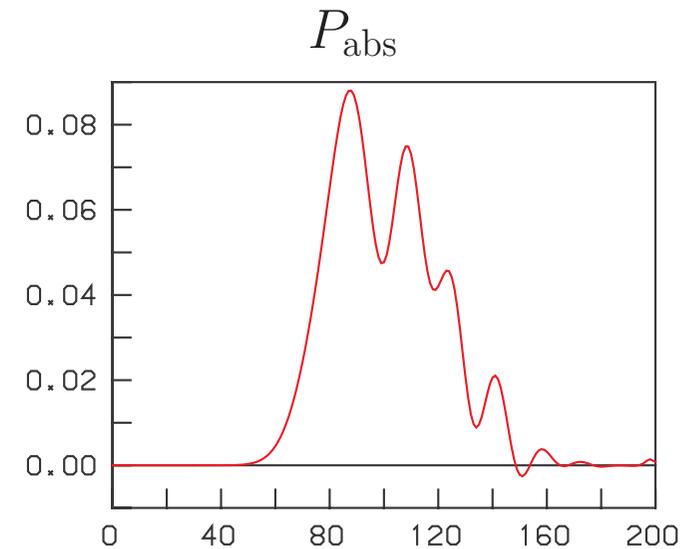
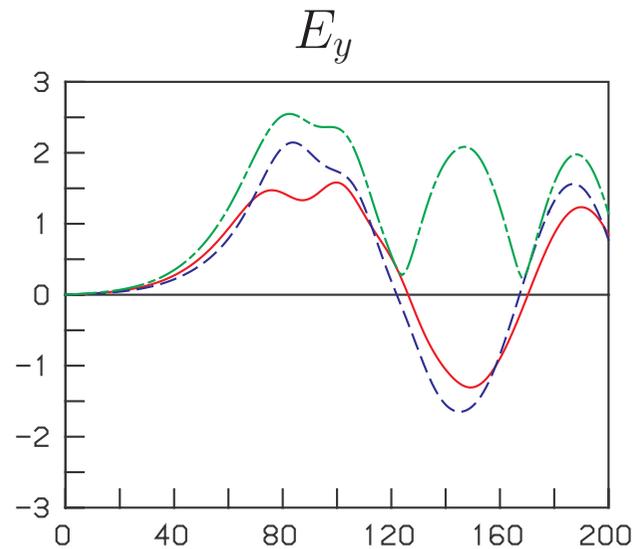
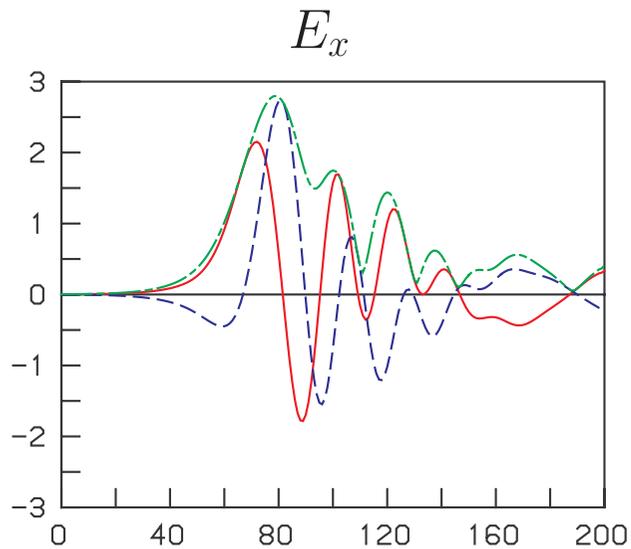
$$\times \begin{pmatrix} (x-x')^2 U_{-2} - \kappa^2 U_2 & -i n_y \beta [(x-x') U_0 - \kappa U_2] & 0 \\ -i n_y \beta [(x-x') U_0 + \kappa U_2] & U_0 - n_y^2 \beta^2 U_2 & 0 \\ 0 & 0 & U_0 \end{pmatrix}$$

$$U_n = U_n \left(\omega(x-x') / \sqrt{T/m}, \sqrt{\kappa^2 + n_y^2 \beta^2}, \sqrt{T/m} \right), \quad \beta = \sqrt{T/m}/c$$

$$U_n(\xi, \eta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty d\tau \tau^{n-1} \exp \left[-\frac{1}{2} \frac{\xi^2}{\tau^2} - \frac{1}{2} \eta^2 \tau^2 + i\tau \right]$$

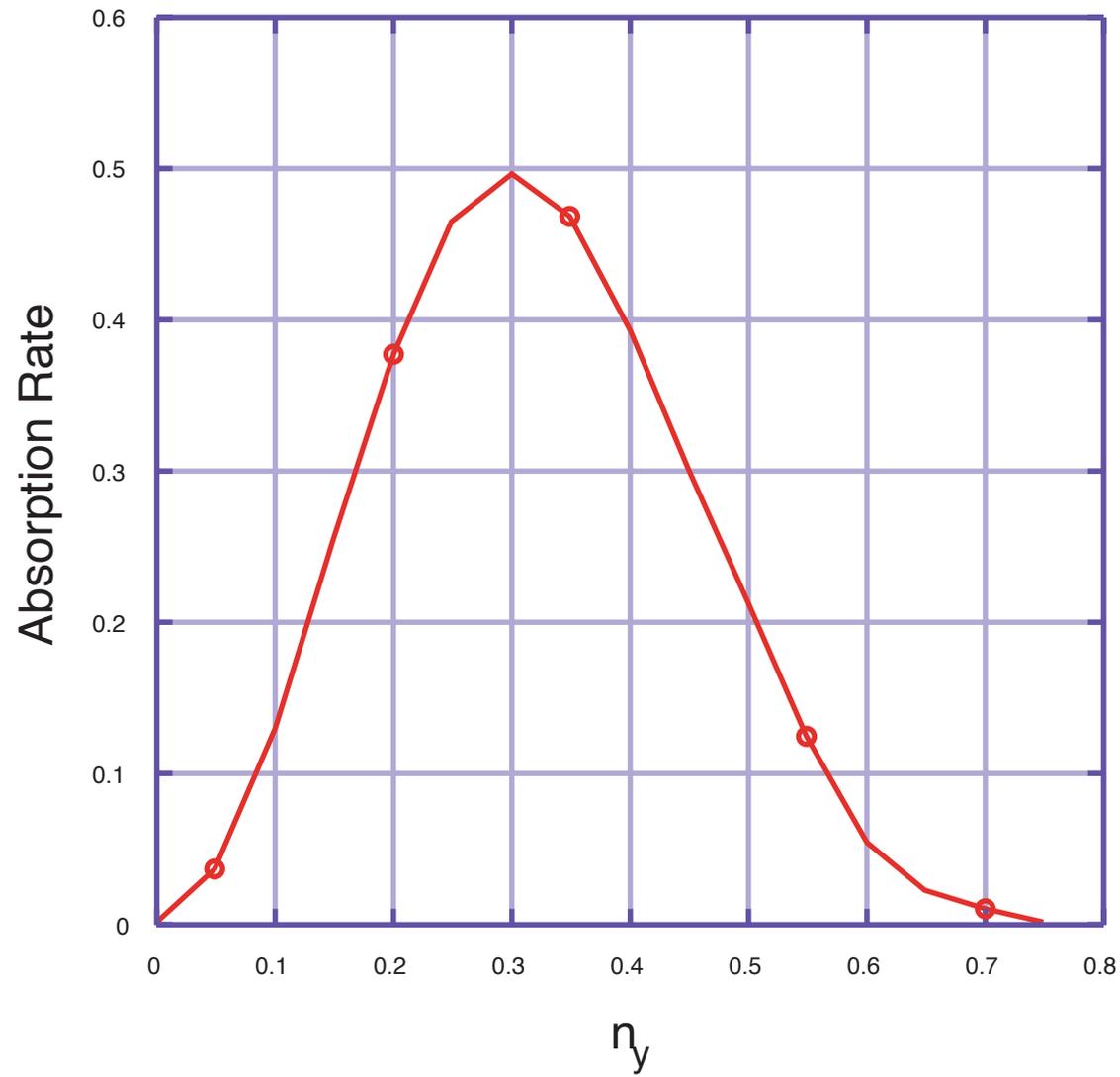
解析例

- 密度 : $(\omega_p^2/\omega^2)_{\max} = 2, (\omega_p^2/\omega^2)_{\min} = 0,$
- 入射角 : $n_y = 0.2$
- 温度 : $\beta = 0.1$



- 吸収率 : 37.7%

吸収率の入射角依存性



不均一磁場中の波動伝播

- 電子サイクロトロン共鳴における吸収とモード変換

- 不均一磁場 : $B(z) = B_0 \left(1 + \frac{z}{L}\right)$

- 基礎方程式 : $\frac{1}{\beta^2} \nabla \times \nabla \times \mathbf{E}(z) - \int_{-\infty}^{\infty} dz' \overleftrightarrow{\epsilon}(z, z') \mathbf{E}(z') = 0$

$$\overleftrightarrow{\epsilon}(z, z') = \delta(z - z') \overleftrightarrow{I} i \frac{\omega_{p0}^2}{\omega^2} \times \begin{pmatrix} (\chi_+ \chi_-)/2 & -i(\chi_- \chi_-)/2 & 0 \\ i(\chi_- \chi_-)/2 & (\chi_+ \chi_-)/2 & 0 \\ 0 & 0 & \chi_0 \end{pmatrix}$$

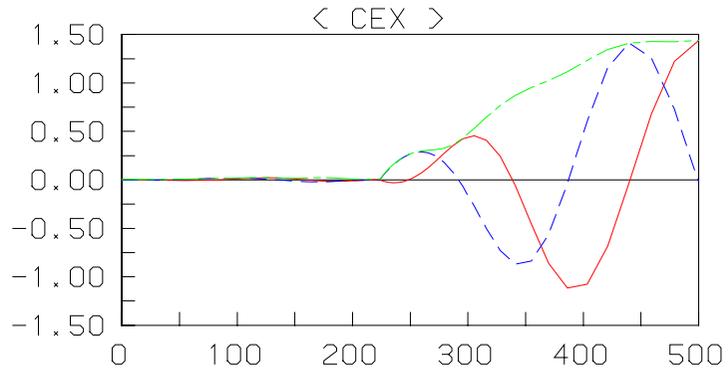
$$\chi_{\pm} = \frac{(1 + \kappa z)^{3/2} (1 + \kappa z')^{3/2}}{(1 + \kappa(z + z')/2)^2} U_0(\xi_{\pm})$$

$$\chi_0 = \frac{(1 + \kappa z)(1 + \kappa z')}{(1 + \kappa(z + z')/2)} \left[\xi U_2(\xi) - \frac{\kappa^2}{2(1 + \kappa(z + z')/2)^2} U_{-2}(\xi) \right]$$

$$\xi = \frac{\omega(z - z')}{\sqrt{T/m}}, \quad \xi_{\pm} = \frac{(\omega + \Omega)(z - z')}{\sqrt{T/m}}, \quad \Omega = \frac{qB_0}{m} (1 + (z + z')/2L), \quad \kappa = \frac{\sqrt{T/m}}{\omega L}$$

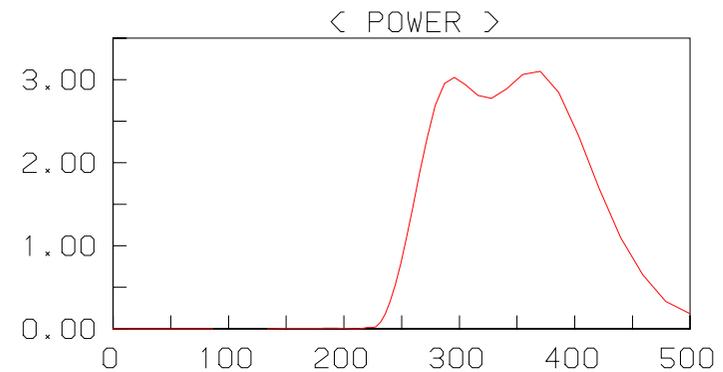
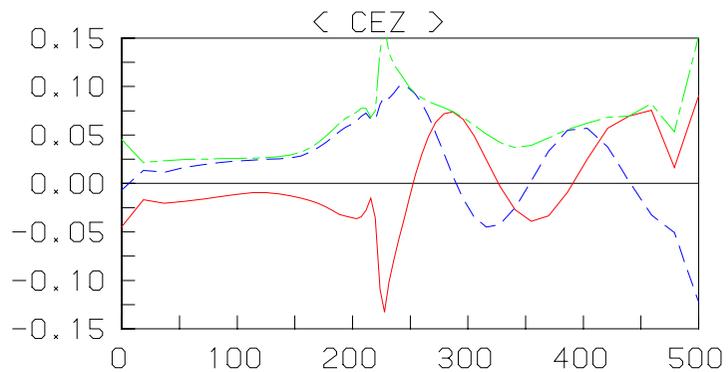
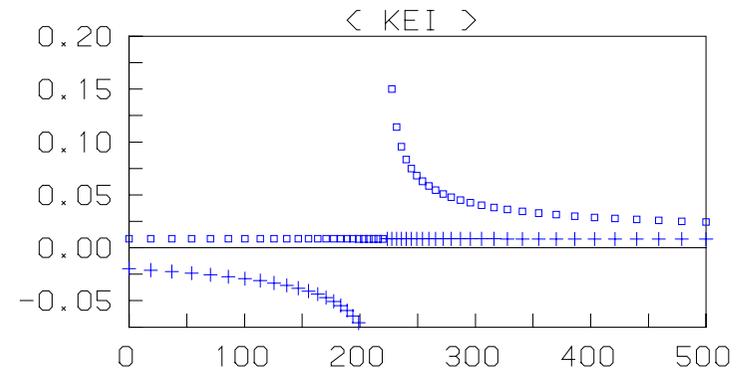
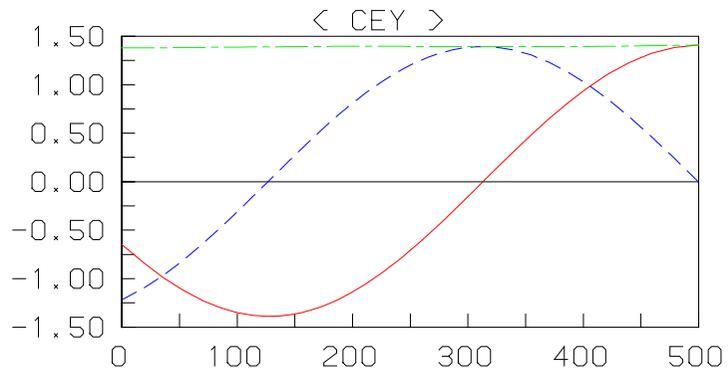
$$U_n(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} \frac{d\theta}{\theta^{n+1}} \exp \left[-\frac{1}{2} \frac{\xi^2}{\theta^2} + i\theta \right]$$

標準パラメータ：R L 入射



```

NZ      =          50   NW      =          50
PNO     =    0.50000   ZMAX    =   500.0000
PBO     =    0.90000   DZMAX   =    5.0000
PB1     =    0.75150   DZWID   =   50.0000
AKX     =    0.10000
BETA    =    0.01000
IN      =    0.0000  0.0000  1.0000  1.0000
REFL    =    0.9515  0.0000  0.0003  0.0002
P-IN    =    0.0000  0.0000  0.7509  0.2491
P-REF   =    0.2424  0.0000  0.0002  0.0000
P-ABS   =    0.7574  P-IN -0.2424  0.9997
    
```



まとめ

- 微積分方程式を用いた 1 次元波動伝播解析により，不均一プラズマにおけるランダウ減衰やサイクロトロン減衰・モード変換の解析が可能になった．
- 今後の課題
 - より詳しいパラメータ依存性解析，解析モデル
 - ヘリコン波の解析
 - 2 次元解析，3 次元解析への拡張