

帯状流効果を取り入れたジャイロ運動論輸送モデル

福山 淳，泉 良拓，本多 充，伊藤公孝^A，矢木雅敏^B，伊藤早苗^B
京大工，核融合研^A，九大応力研^B



背景と内容

- 自律性の高い核燃焼プラズマの予測と制御
 - 信頼性の高い乱流輸送モデルの開発が必要
 - 分布とその時間発展の実験データとの系統的比較による検証
 - プラズマ乱流の直接数値シミュレーションによる検証
 - プラズマ中のさまざまな現象を取り入れた統合コードの開発が必要
- 輸送シミュレーションによる輸送モデルの比較
 - ITPA 分布データベースから得た実験データ：55 ショット
 - 実験データを取り入れた熱輸送シミュレーション：TASK/TR
 - 乱流輸送モデル：CDBM, CDBM05, GLF23, Weiland
- 帯状流を取り入れた流体的輸送モデルによる輸送シミュレーション
- 帯状流を取り入れたジャイロ運動論的輸送モデルの検討

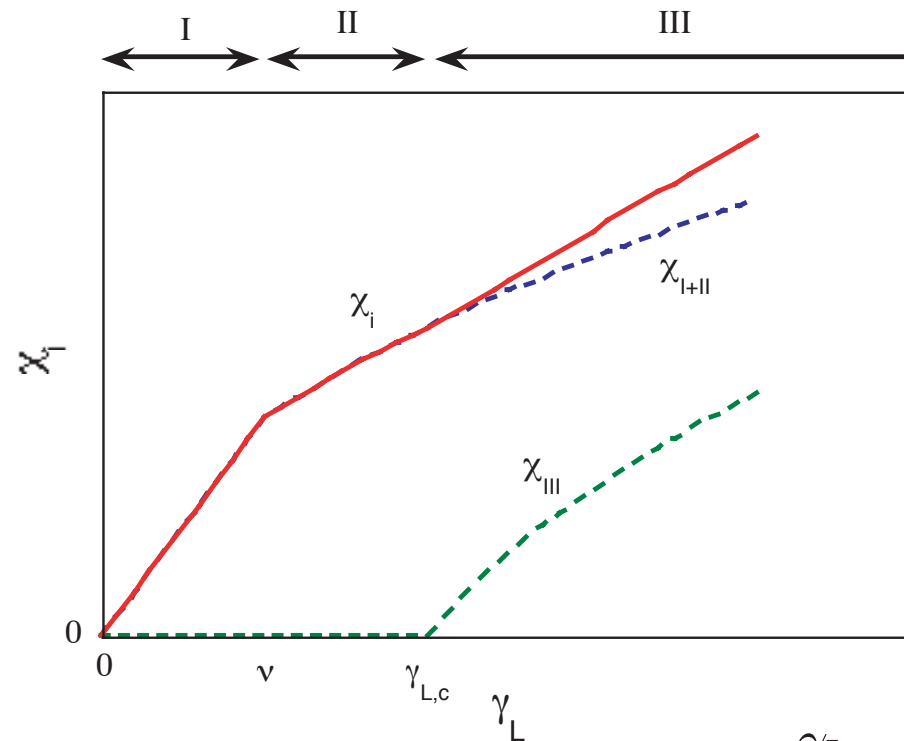
帯状流を含めた乱流輸送モデル (1)

- **Ref.:** K. Itoh et al., Phys. Plasmas 12 (2005) 062303
- **Fitting Formula:** [$\Theta(\gamma_L - \gamma_{L,c})$: Heaviside function]

$$\chi_i = \sqrt{\chi_{I+II}^2 + \chi_{III}^2 \Theta(\gamma_L - \gamma_{L,c})}$$

Region I + II	Region III
$\gamma_L < \gamma_{L,c}$	$\gamma_L > \gamma_{L,c}$
$\chi_{I+II} = \frac{\sqrt{\nu}}{\sqrt{\gamma_L} + \sqrt{\nu}} \frac{\gamma_L}{k_r^2}$ where $\nu = \frac{1}{1 - \mu} \frac{k_{\perp}^4}{k_{\theta}^2 q_r^2} \nu_{\text{damp}},$ $\mu = (1 + 2q^2) \frac{\mu_{\parallel}}{D_{rr}}$	$\chi_{III} = A \left(\sqrt{1 + \frac{2}{A} \frac{\gamma_L - \gamma_{L,c}}{\gamma_L}} - 1 \right) \frac{\gamma_L}{k_r^2}$ where $A = \frac{\mu H \rho_s^2 k_{\perp}^4}{4(1 - \mu) q_r^2}, \quad \gamma_{L,c} = \frac{(1 - \mu)^2}{\sqrt{2} \mu H} \frac{k_r^2}{k_{\perp}^2} \omega_*$ $H = \frac{2}{1 + k_{\perp}^2 \rho_s^2} + \frac{6 q_r^2}{\Delta \omega^2 \rho_s^2} \frac{\partial v_g^2}{\partial k_r^2}$

帯状流を含めた乱流輸送モデル (2)



Region I: 帯状流が無視できる領域

$$\chi_I \sim \frac{\gamma_L}{k_r^2} \text{ for } \gamma_L \ll \nu$$

Region II: 帯状流の衝突減衰が支配的な領域

$$\chi_{II} \sim \sqrt{\frac{\nu}{\gamma_L}} \frac{\gamma_L}{k_r^2} \text{ for } \gamma_L \gg \nu$$

Region III: 帯状流の飽和が抑制される領域

$$\chi_{III} \sim \frac{\gamma_L - \gamma_{L,c}}{k_r^2} \text{ for } \gamma_L \gtrsim \gamma_{L,c}$$

$$\sqrt{2A} \sim O(k_\perp \rho_s)$$

$$\chi_{III} \sim \sqrt{2A} \frac{\gamma_L}{k_r^2} \text{ for } \gamma_L \gg \gamma_{L,c}$$

流体的 ITG モデルによる解析

- 線形成長率 γ_L の選び方
- 波数 k_θ, k_r, q_r の選び方
- 解析例：ITG model proposed by R. Waltz (1984)

- 線形成長率：

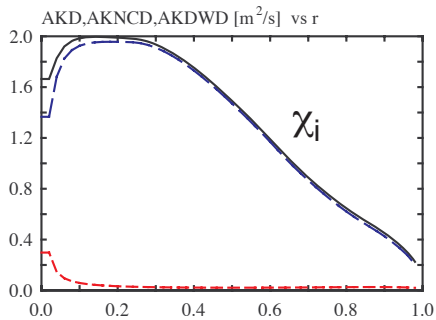
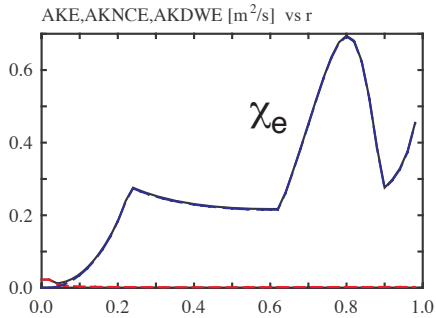
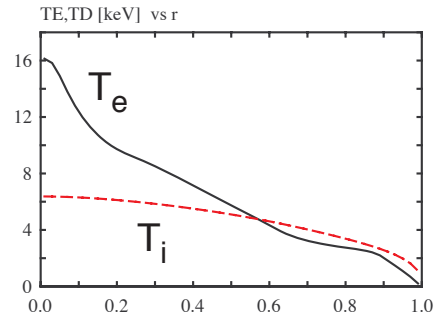
$$\gamma_L = 2.5 H(\xi) \sqrt{\frac{2\eta_i T_i L_n}{T_e R}} \omega_*$$

$$H(\xi) = \frac{1}{1 + \exp[-6(\eta_i - \eta_c)]}$$

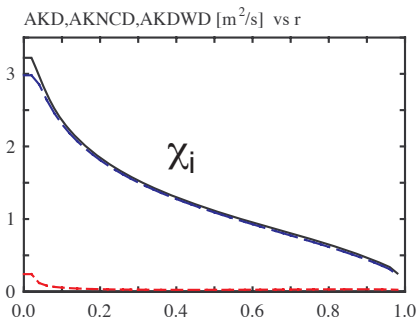
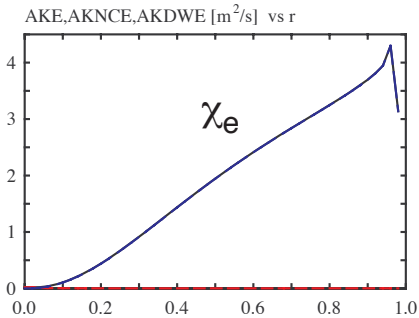
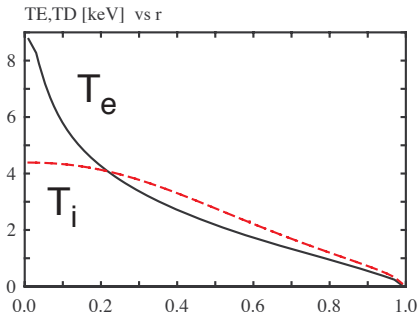
- 電子：捕捉電子モード，抵抗性通過電子モード
- 仮定： $k_\perp \rho_s = 0.3, k_\theta \sim k_r \sim q_r, \mu = 1/2$
- 係数
 - Original Waltz model: 0.05
 - Zonal flow model: 1

輸送シミュレーション例

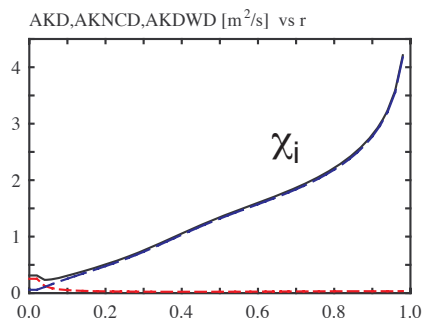
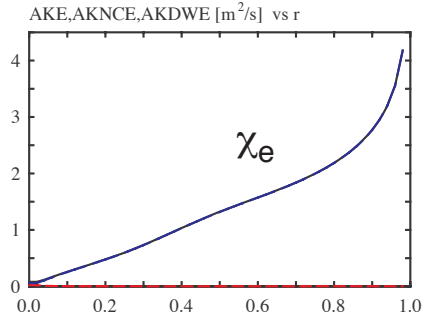
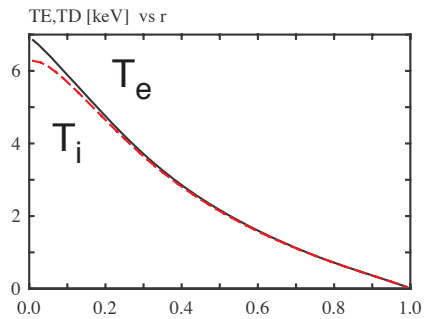
ITG (Waltz)



ITG with Zonal Flow



CDBM



帯状流を取り入れたジャイロ運動論輸送モデル

1. バルーニングモデル：TASK/EGK

バルーニング近似を用いたジャイロ運動論線形固有モード解析
＋
帯状流効果 Fitting Formula

2. 2次元モデル：TASK/WM

ジャイロ運動論誘電率を用いた2次元線形固有モード解析
＋
帯状流効果 Fitting Formula

3. ポロイダル流モデル：TASK/TX

バルーニング表現を用いたジャイロ運動論線形固有モード解析
＋
帯状流を含めた流体型輸送シミュレーション

バレーニングモデル (1)

- Ref.: G. Rewoldt et al., Phys. Fluids 25 (1982) 480.

- 粒子分布関数 : $h_s = h_{s\sigma}(E, \mu, \theta)$

$$f_s = F_{Ms} - \frac{e_s \phi}{T_s} F_{Ms} + h_s$$

- バレーニング表現 :

$$\Phi(\psi, \theta, \zeta, t) = \exp[-i\omega t + i n \zeta - i n q(\psi) \theta] \times \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} \phi(\theta - 2\ell\pi, \psi) \exp[i n q(\psi) 2\ell\pi]$$

- ジャイロ運動論方程式 : $J_n = J_n(k_{\perp} \rho_s)$

$$\left[\omega + i\nu_{Cs} - \omega_{ds} + i v_{\parallel} \frac{B^{\theta}}{B} \frac{d}{d\theta} \right] h_s = (\omega - \omega_{Ts}) \frac{e_s}{T_s} F_{Ms} (J_0 \phi - v_{\parallel} J_0 A_{\parallel} - i v_{\perp} J_1 A_{\perp})$$

バルーニングモデル (2)

- ポワッソン方程式

$$-\nabla^2 \phi = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_s e_s \delta n_s = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_s e_s \int dv^3 \left(-\frac{e_s \phi}{T_s} F_{Ms} + J_0 h_s \right)$$

- アンペールの法則

$$-\nabla^2 A_{\parallel} = \mu_0 \sum_s \delta j_{s\parallel} = \mu_0 \sum_s e_s \int dv^3 v_{\parallel} J_0 h_s$$

$$-\nabla^2 A_{\perp} = \mu_0 \sum_s \delta j_{s\perp} = \mu_0 \sum_s e_s \int dv^3 (-i v_{\perp}) J_1 h_s$$

- 固有値方程式

$\Rightarrow$ 実周波数 ω_R , 線形成長率 γ_L

$\Rightarrow$ 帯状流効果 Fitting formula

2次元モデル

- **ジャイロ運動論誘電率**

- **粒子分布関数** : $h_s = h_{s\sigma}(E, \mu, \theta)$

$$f_s = F_{Ms} - \frac{e_s \phi}{T_s} F_{Ms} + h_s$$

- **ジャイロ運動論方程式** : $J_n = J_n(k_{\perp} \rho_s)$

$$[\omega + i\nu_{Cs} - \omega_{ds} - k_{\parallel} v_{\parallel}] h_s = (\omega - \omega_{Ts}) \frac{e_s}{T_s} F_{Ms} (J_0 \phi - v_{\parallel} J_0 A_{\parallel} - i v_{\perp} J_1 A_{\perp})$$

- **誘起電流** :

$$\mathbf{j}_s = e_s \int d^3v \, \mathbf{v} \left(-\frac{e_s \phi}{T_s} F_{Ms} + h_s \right)$$

- **マクスウェル方程式を2次元境界値問題として解く.**

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \frac{\omega^2}{c^2} \overleftrightarrow{\epsilon} \cdot \mathbf{E} + i\omega\mu_0 \mathbf{j}_{\text{ext}}$$

- **固有値方程式 $\Rightarrow$ 線形成長率 $\gamma_L \Rightarrow$ 帯状流効果 Fitting formula**

ポロイダル流モデル

- 帯状流を含めたポロイダル流の時間発展
- 流体型輸送方程式：磁気面平均された流体方程式

$$\frac{\partial n_s}{\partial t} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r n_s u_{sr}) + S_s$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (m_s n_s u_{sr}) = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r m_s n_s u_{sr}^2) + \frac{1}{r} m_s n_s u_{s\theta}^2 + e_s n_s (E_r + u_{s\theta} B_\phi - u_{s\phi} B_\theta) - \frac{\partial}{\partial r} n_s T_s$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (m_s n_s u_{s\theta}) = -\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 m_s n_s u_{sr} u_{s\theta}) + e_s n_s (E_\theta - u_{sr} B_\phi) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^3 n_s m_s \mu_s \frac{\partial}{\partial r} \frac{u_{s\theta}}{r} \right)$$

$$+ F_{s\theta}^{\text{NC}} + F_{s\theta}^{\text{C}} + F_{s\theta}^{\text{W}} + F_{s\theta}^{\text{X}} + F_{s\theta}^{\text{L}} + F_{s\theta}^{\text{ZF}}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (m_s n_s u_{s\phi}) = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r m_s n_s u_{sr} u_{s\phi}) + e_s n_s (E_\phi + u_{sr} B_\theta) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r n_s m_s \mu_s \frac{\partial}{\partial r} u_{s\phi} \right)$$

$$+ F_{s\phi}^{\text{C}} + F_{s\phi}^{\text{W}} + F_{s\phi}^{\text{X}} + F_{s\phi}^{\text{L}} + F_{s\phi}^{\text{ZF}}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{3}{2} n_s T_s = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \left(\frac{5}{2} u_{sr} n_s T_s - n_s \chi_s \frac{\partial}{\partial r} T_e \right) + e_s n_s (E_\theta u_{s\theta} + E_\phi u_{s\phi})$$

$$+ P_s^{\text{C}} + P_s^{\text{L}} + P_s^{\text{H}}$$

まとめ

- K. Itoh 他によって導かれた帯状流の効果を含めたイオン熱輸送係数の表式に対して，流体的イオン温度勾配モードの線形成長率を代入し，熱輸送シミュレーションを行った．従来のモデルでは実験を再現するために必要とされていた $1/20$ の係数はほぼ不要になった．
- ジャイロ運動論モデルにより線形成長率を評価するため，バルーニング固有モード解析コード TASK/EGK を開発中である．得られた線形成長率を帯状流の効果を含めたイオン熱輸送係数に適用し，輸送シミュレーションを行う予定である．
- 将来的には，微視的不安定性の2次元解析，帯状流を含めたポロイダル流の時間発展を記述する輸送シミュレーションに拡張することを検討している．